Strategier i multiplikasjon

En studie av 4. og 7. klassingers multiplikasjonsstrategier

Tale Tennfjord Ekker

Hovedfagsoppgave

Institutt for spesialpedagogikk

Det utdanningsvitenskaplige fakultet

UNIVERSITETET I OSLO

Våren 2007

Sammendrag av oppgaven

Forskningsspørsmål

1) Hvilke strategier bruker elevene i 4. og 7. klasse i løsningen av multiplikasjonsoppgaver?

2) Er det noen forskjell i strategibruk mellom 4. og 7. klasse?

3) Er det noen sammenheng mellom strategibruk og elevenes prestasjoner på matematikkprøven?

4) Er det noen sammenheng mellom strategibruk og elevenes intelligens, målt ved prestasjoner på Ravens test?

Bakgrunn og formål

Målet for denne undersøkelsen er å kartlegge multiplikasjonsstrategiene til elever i 4. og 7. klasse. Jeg har villet se nærmere på hvilke strategier de benytter i løsningen av enkeltsifrede multiplikasjonsoppgaver. Er ferdighetene i høy grad automatisert eller trenger de å anvende ulike tellestrategier for å komme fram til svaret? Automatiserte strategier, som elevene henter direkte fram fra langtidsminnet kategoriseres som retrival-strategier. Der eleven må bruke en form for telle-strategi for å komme fram til svaret, kategoriseres strategien som backup-strategi. De fleste elever utvikler stadig nye strategier og veksler i bruk mellom både backup- og retrival-strategier. Strategirepertoaret deres er rikt og preget av fleksibilitet og tilpassing til nye situasjoner og oppgaver. En annen gruppe elever synes å stoppe opp i utviklinga, og benytte seg av de samme strategiene om og om igjen. De benytter seg i stor grad av tungvinte tellestrategier og bruker i liten grad automatiserte strategier. Hva er grunnen til dette? Videre har jeg villet se på om strategibruken er forskjellig på de to klassetrinnene. En annen målsetting med undersøkelsen har vært å se på om det er noen sammenheng mellom hvilke strategier elevene bruker og hvordan de presterer på en generell matematikkferdighetstest. Til slutt har jeg sammenlignet elevenes intelligens, målt ved Raven Standard Progressive Matrices, med hvilke strategier de bruker i oppgaveløsningen.

Metode

Jeg bruker kvantitativ metode med deskriptivt design. Jeg har kartlagt til sammen 53 elever, 25 elever i 4. klasse og 28 elever i 7. klasse. Elevene ble testet med tre forskjellige tester. For å kartlegge strategibruken brukte jeg en individuell test, der jeg spurte hver enkelt elev om hvordan de tenkte i løsningen av enkeltsifrede multiplikasjonsoppgaver. For å finne et mål på elevens generelle matematikkferdighet brukte jeg en standardisert matematikktest for det enkelte trinnet, gitt som gruppetest. Til slutt ble elevene testet med Raven Standard Progressive Matrices, en test som antas å måle analytisk intelligens. Analysemetodene som er benyttet er t-test for uavhengige grupper og korrelasjonsanalyse.

Resultater

Elevene vekslet mellom ulike strategier i oppgaveløsningen. Alle elevene brukte retrival-strategier i forskjellig grad, men backup-strategiene spilte fortsatt en viktig rolle. De yngste brukte i større grad de mer primitive backup-strategiene enn de eldste. Jeg fant en signifikant forskjell i bruk av backup- og retrival-strategier mellom de to utvalgene.

Sammenhengen mellom generelle ferdigheter i matematikk og bruk av strategier viste seg også å være signifikant. Jo bedre prestasjoner på matematikktesten, jo mer bruk av retrival-strategier og jo mindre bruk av backup. Jeg har sett nærmere på de kognitive prosessene som må fungere for å etablere gode kunnskaper. Elevene som gjør det godt på testen har god kvalitet på kunnskapen sin og de kognitive prosessene fungerer adekvat. Elever som ikke presterer godt på matematikktesten og som har høy bruk av backup-strategier, synes å ha svikt i noen av disse prosessene. Teorier om hvordan strategier utvikles og dannes er derfor et sentralt tema i oppgaven.

I undersøkelsen av om det var sammenheng mellom hvordan elevene presterte på Ravens test og strategibruk, fant jeg ingen signifikante sammenhenger. Elevene i 4. klasseutvalget syntes å bruke omtrent like mye backup- som retrival-strategier, uavhengig av hvordan de presterte på Ravens test. Tendensen var litt annerledes i 7. klasseutvalget. Her var det en liten tendens til at backup-bruken går ned etter hvert som prestasjonene på Ravens test øker.

Forord

Dette har vært en slitsom, men kreativ og veldig lærerik prosess!

Takk til elevene og lærerne på skolen som gav meg muligheten til å samle inn dataene!

Takk til professor Snorre Ostad for inspirasjon til å skrive om temaet og for nyttige tilbakemeldinger på oppgaven underveis!

Takk til alle venner og familie som har vært behjelpelige i denne tiden, og gitt meg inspirasjon og motivasjon til å dra dette i havn!

Tusen millioner takk til Holger og Ada som har vært veldig tålmodige og holdt ut med en travel mamma!!! Og sist men ikke minst; takk til Rune-min som har gjort det mulig for meg å gjøre dette ferdig ved å "stå han av" ved alle opp- og nedturer som har dukket opp…

Tale Tennfjord Ekker

Trondheim, 11.mars 2007

Innhold

1. Innledning

Multiplikasjonsstrategier er tema for hovedoppgaven min. Hvordan tenker barn når de løser multiplikasjonsoppgaver? Er det forskjeller i bruken av disse strategiene etter hvert som barna blir eldre? Hva er det som gjør at de velger de strategiene de gjør? Jeg har i forbindelse med denne oppgaven gjort en undersøkelse blant elever i grunnskolen for å få svar på disse spørsmålene. Målet med denne undersøkelsen er å kartlegge strategibruken til elevene. Jeg har villet se nærmere på hvilke strategier de benytter i løsningen av enkeltsifrede multiplikasjonsoppgaver. Er ferdighetene i høy grad automatisert eller trenger de å anvende ulike tellestrategier for å komme fram til svaret?

I denne sammenheng har det vært interessant å se på forskjellene som eventuelt eksisterer mellom ulike aldersgrupper av elever. Jeg har derfor ønsket å se nærmere på to ulike klassetrinn og deres strategibruk.

De fleste elevene har en jevn og normal ferdighetsutvikling i matematikkfaget. De bytter ut, forkaster gamle strategier og utvikler nye ut i fra eksisterende strategier. De har et fleksibelt og rikt register av ulike strategier tilgjengelig. Noen elever ser derimot ut til å benytte de samme strategiene om og om igjen. De bruker et lite antall strategier på alle typer oppgaver, og synes å ha et begrenset register av fremgangsmåter disponibelt. Har strategibruken til elevene noen sammenheng med hvordan de presterer generelt i matematikkfaget, eller kanskje hvor godt de skårer på en intelligenstest? Dette er antagelser som jeg vil se nærmere på i undersøkelsen min.

1.1 Bakgrunn for valg av tema

Gjennom noen få års arbeid i skolen, har jeg ofte tenkt over forskjellene i strategibruk elevene utviser når de jobber med matematikk. Noen synes å ha enkelt for å tilegne seg nye ferdigheter, mens andre sliter mer og synes ikke å ha god kvalitet på kunnskapene sine. Dette gjelder også for multiplikasjon. Enkelte utvikler stadig mer avanserte teknikker for å regne seg fram til svaret og automatiserer kunnskapene underveis. Andre blir hengende igjen i utviklinga, og benytter seg av primitive tellestrategier år etter år. Hva er det som er grunnen til dette? Dette har vært en del av motivasjonen for å gå i gang med denne undersøkelsen.

Det er forsket en del på barns strategibruk i addisjon og subtraksjon (Ostad, 1999, Siegler og Jenkins, 1989). Det er gjort mindre på området multiplikasjonsstrategier (Siegler og Lemaire, 1995, Siegler, 1998, Hecht, 1999). Jeg ønsker å se på funnene som er gjort på disse områdene, opp i mot resultatene i undersøkelsen min.

1.2 Forskningsspørsmål

Jeg har formulert 4 forskningsspørsmål som jeg vil se nærmere på i denne undersøkelsen.

1) Hvilke strategier bruker elevene i 4. og 7. klasse i løsningen av multiplikasjonsoppgaver?

2) Er det noen forskjell i strategibruk mellom 4. og 7. klasse?

3) Er det noen sammenheng mellom strategibruk og elevenes prestasjoner på matematikkprøven?

4) Er det noen sammenheng mellom strategibruk og elevenes intelligens, målt ved prestasjoner på Ravens test?

1.3 Videre oppbygging av oppgaven

I oppgavens teoridel tar jeg først for meg noen definisjoner på strategibegrepet. Begrepet brukes i mange ulike sammenhenger og det hersker uenighet blant forskerne om hva som bør innbefattes i det. Jeg ser deretter på teorier, modeller og forskningsarbeider om hvordan strategier utvikles og dannes. Det er særlig innenfor informasjon-prosesserings tradisjonen at det har kommet forskningsbidrag til dette emnet de siste tiårene. Deretter ser jeg nærmere på hvordan strategiutviklingen for elever med matematikkvansker arter seg. Jeg beskriver deretter noen synspunkter på hva generell matematikkferdighet er. Til slutt i teoridelen ser jeg på begrepet intelligens eller generell problemløsningsevne, og hva som blir lagt i dette.

I metodedelen, kapittel 3, blir undersøkelsens empiriske arbeid beskrevet. Her kommer jeg inn på beskrivelser av utvalgene, beskrivelser og gjennomføring av testene som er benyttet. Jeg tar også for meg Cook og Cambells validitetssystem og vurderer validitet og reliabilitet i undersøkelsen min. Til slutt har jeg med noen etiske betraktninger.

Resultatene av undersøkelsen min beskrives i kapittel 4. Her presenterer jeg funnene deskriptivt ved hjelp av tabeller og grafer. Funnene mine presenteres under hvert av de fire forskningsspørsmålene mine.

Drøfting av funnene mine gjøres i kapittel 5. Her tar jeg for meg resultatene under hvert av forskningsspørsmålene mine og drøfter disse i lys av presentert teori og tidligere gjennomførte forskningsarbeider.

I kapittel 6 oppsummerer jeg resultater og konklusjoner i undersøkelsen min.

2. Teori

Hovedtema for oppgaven min er strategier i multiplikasjon. Jeg starter derfor med å si litt om ulike definisjoner av strategibegrepet. Deretter ser jeg nærmere på ulike definisjoner av strategier i matematikk. Under dette punktet vil jeg definere de ulike strategitypene i multiplikasjon som jeg har benyttet i undersøkelsen min. Videre tar jeg for meg en modell som forklarer hvordan barn velger mellom de ulike strategiene i oppgaveløsningen. Hvordan dannes og utvikles strategier? En rekke kognitive prosesser må være til stede for at slik utvikling kan skje. Jeg vil se nærmere på disse prosessene. Videre vil det være interessant å ta for seg utviklingen av strategier og se nærmere på hvordan barn tenker når de velger de ulike strategiene i oppgaveløsningen. Her ser jeg på modeller som er utviklet for å forklare disse valgene. Hvordan kunnskaper og strategier er lagret i hukommelsen vil også være relevant å ta for seg. Til slutt i kapittelet ser jeg på hva som kjennetegner strategibruken til elever med matematikkvansker.

2.1 Strategibegrepet

De siste tjue årene har strategibegrepet fått større oppmerksomhet i den kognitive psykologien. Hvordan tenker barn i løsningen av ulike oppgaver? Hvordan foregår læringsprosessen? I et informasjon-prosesserings perspektiv tenker en seg mennesket som aktiv deltager i informasjonsbehandlingen. Med datamaskina som metafor ser en for seg at mennesket behandler informasjonen en mottar ved omkoding, tolkning og lagring gjennom ulike behandlingsprosesser. Enkelte av disse mentale behandlingsprosessene kan beskrives som strategier som mennesket utfører når det tenker.

Det er ulike oppfatninger av hva som rommer strategibegrepet. Noen bruker en vid definisjon og innbefatter enhver metode som fører fram til en løsning av et problem (Ashcraft, 1990). Andre har en mer snever oppfattelse av strategibegrepet og ekskluderer handlinger som er automatiserte og effektive (Bisanz og Lefevre, 1990). Siegler og Jenkins (1989) bruker en definisjon som innbefatter alle handlinger som er målretta og ikke-obligatoriske. Med ikke-obligatoriske mener de at handlingen må innebære et valg, på den måten at handlingen ikke er den eneste mulige. Å skifte gir fra 1. til 2. gir når en kjører bil er i følge disse to ikke en strategi, fordi dette er den eneste mulige handlingen i situasjonen. Aktiviteter som ikke har en intensjon om å oppnå et mål, eller som oppnår andre mål en det som var intensjonen, kalles ikke for en strategi etter denne definisjonen. Den rommer imidlertid automatiske og effektive handlinger slik som retrival-strategi. Goldman (1989) deler strategibegrepet i to kategorier. Han kaller dem for generelle strategier og oppgavespesifikke strategier. De generelle strategiene omtales også som metakognitive strategier, og viser til hvordan elevene kan styre sin egen læreprosess og være bevisst på metoder i opplæringen og fagbøkene. Den andre strategitypen, oppgavespesifikke strategier, innbefatter de måtene elevene løser de enkelte oppgavene på.

2.2 Strategier i matematikk

Ostad definerer oppgavespesifikke strategier som ”(….).de organiserte, domenespesifikke prosedyrene som aktiveres når eleven står overfor den utfordringen en matematikkoppgave representerer og som retter seg mot det mål å løse denne oppgaven” (Ostad, 1999:10) En måte å klassifisere de oppgavespesifikke strategiene på er å skille mellom retrival-strategier og backup-strategier. Ved direkte retrival hentes svaret automatisk fram fra minnet, eleven ”kan” svaret. Backup-strategier er alle de andre strategiene eleven bruker i oppgaveløsningen (Siegler og Jenkins, 1989). Dette er mer arbeidskrevende strategier, der eleven må benytte telling i en eller annen form for å komme fram til svaret. Begge typer strategier har sine fordeler. Elever velger retrival på enkle problem hvor en rask strategi kan benyttes, og backup-strategier på vanskelige problem hvor det er nødvendig med nøyaktig utførelse.

Jeg vil nå se på de ulike strategiene som jeg brukte i kategoriseringen av elevenes svar på oppgavene i undersøkelsen min. Deretter vil jeg redegjøre for en modell som er utviklet for å forklare hvordan barn velger mellom backup- og retrival-strategier i oppgaveløsningen.

2.2.1 Kategoriene av multiplikasjonsstrategier

I klassifiseringen av strategibruken i undersøkelsen min, tok jeg i bruk samme kategorier som Hecht (1999). Svarene ble kategorisert i fem strategivarianter.
<u>Gjentatt addisjon-strategien</u>. Eleven adderer operanden det antall ganger som den andre operanden indikerer. Eksempelvis: 2 x 3 = 3, 4, 5, 6.
<u>Tallserie-strategien</u>. Eleven bruker en tallserierekke for å komme fram til svaret. Eksempelvis: 4 x 2 = 2, 4, 6, 8.
<u>Regel-strategien</u>. Eleven bruker en regel for å komme fram til svaret. Eksempelvis: ”Alt du ganger med null blir null” og ”alle svar i 5-gangen ender på 0 eller 5.”
<u>Dekomposisjon-strategien</u>. Eleven tar utgangspunkt i et kjent aritmetisk fakta for å komme fram til svaret. Eksempelvis: 6 + 7 = eleven tar utgangspunkt i 6 + 6 = 12 som hun vet, og legger til 1 +12 =13.
<u>Retrival-strategien</u>. Eleven vet svaret umiddelbart og kan fremkalle det automatisk fra kunnskapslageret.
De fire første kategoriene kan slås sammen og beskrives som backup-strategier

2.2.2 The distribution of associations model

Denne modellen ble utviklet av Siegler (1989) for å gjøre rede for barns strategivalg i addisjon og subtraksjon. Siden er den videreutviklet til å gjelde også for andre oppgavetyper, slik som multiplikasjon (Siegler, 1988). Modellen består av representasjoner av kunnskap om ulike problemer (eks: 3 x 5), og en prosess som opererer på representasjonen for å produsere læring.

De tenker seg at barn har lagret informasjon om hver spesifikke oppgave (eks: 3 x 5) i et nettverk av assosiasjoner. I nettverket er hver oppgave assosiert med mulige svar, både riktig og feil svar. Assosiasjonen mellom oppgave og svar danner en fordeling som kan nedtegnes grafisk i en kurve (Ostad, 1999). Der oppgaven har mange assosiasjoner med det riktige svaret er fordelingskurven høy. I andre oppgaver, der det ikke er noen sterkere sammenheng mellom det riktige svaret og andre uriktige svar, er kurven flat. Hvordan kurven er formet har utslag for lengden på løsningstiden, hvilke strategier som brukes og feilprosenten i oppgaveløsningen.

Prosessen som opererer på representasjonen innebærer tre faser, som hver kan avslutte prosessen og kan produsere et svar; retrival, utvidelse av representasjonen og bruk av en algoritme. Når barnet står ovenfor en multiplikasjonsoppgave vil hun først prøve et retrivalsvar. Svaret blir bare gitt hvis det overstiger en viss terskel om at svaret har høy assosiasjonsstyrke og er riktig. Denne terskelen kalles for konfidenskriteriet. Dette er i følge Siegler en indre medfødt standard hos mennesket. Det er også søkelengden etter retrivalsvar, det vil si hvor mange ganger hun vil forsøke retrival. Hvis hun ikke er helt sikker på svaret, vil hun gå over i neste fase og prøve å utvide representasjonen ved for eksempel å skrive ned oppgaven. Hvis svaret fremdeles ikke dukker opp, går hun over i den tredje fasen og benytter en algoritme i oppgaveløsningen, det vil si en backup-strategi. Her kan hun skrive ned operanden det antall ganger som indikeres av den andre, legge disse sammen og komme med et svar.

Siegler og Jenkins (1989) kom med en forbedring av modellen, The new strategy choice modell. Som den tidligere modellen inneholder denne en representasjon og en prosess. Men i denne modellen inneholder ikke representasjonen bare assosiasjoner mellom oppgaven og svar, men også mellom oppgaven og de ulike strategiene eleven kan benytte. Disse sammenhengene blir sterkere eller svakere avhengig av hvor nøyaktig og hurtig strategiene har vist seg å være ved tidligere bruk. Ved erfaring produserer barna raskere og mer nøyaktige svar og de vil benytte retrival-strategier oftere og backup-strategier sjeldnere. Disse valgene er ikke gjort ut i fra eksplisitte metakognitive betraktninger. De er lært fra oppgave og svar-assosiasjonene, og fra strategiens hurtighet og nøyaktighet på oppgavesvarene.

Siegler (1988) ønsket å prøve ut strategivalg-modellens (the new strategy choice modell) anvendbarhet også på multiplikasjon. Han ville også prøve den ut på større barn. 8 og 9-åringer har større metakognitiv kunnskap og kan således bruke denne i større grad ved strategivalgene sine. Ville disse barnas strategivalg være annerledes enn 4- og 6-åringers strategivalg i addisjon og subtraksjon? Siegler hevder at selv-reguleringsmekanismene i modellen ikke styres av en separat styringsenhet eller refleksjon fra barnets side. Selvreguleringsmekanismene er en integrert del av systemets grunnleggende retrival-mekanisme (Siegler, 1988:272) Barnet tilpasset strategiene etter vanskegraden på oppgaven. Hun brukte retrival-svar der hvor dette kan produseres raskt og backup-svar hvor det er nødvendig med mer nøyaktig utførelse. Med økende erfaring og større kunnskapsbase øker bruken av retrival og minsker bruken av backup. Barnet er også i stand til å rette seg selv når det gjør feil og lære av negative erfaringer. Svarene som barnet kommer med forandrer formen på kurven til svar-oppgave assosiasjonen. Dette igjen fører til forandringer i bruken av strategiene, og i nøyaktigheten og hurtigheten i oppgaveutførelsen. På denne måten blir backup-strategiene brukt mindre, og retrival-strategiene brukt mer (Siegler, 1988:274)

2.3 Strategiutvikling

Barn opplever hele tiden å komme opp i nye og ukjente situasjoner der de må ta i bruk løsningsmåter de ikke har brukt før. De må finne fram til måter å angripe disse utfordringene på og oppdager kanskje nye strategier på egen hånd. De fleste strategier i matematikk blir lært ved undervisning og direkte instruksjon i skolen. Mye forskning er gjort på dette feltet, særlig innenfor addisjon og subtraksjon.

Tidlig forskning på barns bruk av addisjonsstrategier konkluderte med at barn og unge i en gitt alder benyttet en enkelt strategi (Groen og Parkman, 1972). Med utgangspunkt i kronometriske studier analyserte de gjennomsnittstida som elevene brukte på å løse ulike oppgaver. De tolket svarene slik at 1. og 2. klassinger kun brukte MIN-strategien i addisjon, det vil si at de regnet fra den største av operandene det antall tellesteg som den minste av operandene indikerte. Dette har vist seg å være uriktig. Siegler og Jenkins (1989) undersøkte hvordan 4- og 5-åringer tok i bruk nye addisjonsstrategier i oppgaveløsningen sin. De fant at barna brukte minst tre ulike addisjonsstrategier, heller enn én bestemt for å løse addisjonsoppgaver. Barna hadde heller ikke brukt MIN-strategien i mer enn 36 % av oppgavene. Strategibruken varierte også fra elev til elev og fra oppgave til oppgave. Elever som brukte en strategi på en oppgave, kunne bruke en helt annen strategi på den samme oppgaven ved en annen anledning. Normalutviklinga, i følge disse forfatterne, innebærer at elevene varierer mellom ulike strategier og utvikler nye som eksisterer ved siden av gamle strategier. Etter hvert forkaster de også gamle strategier. På denne måten blir kunnskapsmengden om strategiene større, og eleven kan tilpasse strategibruken sin bedre til ulike situasjoner. Strategibruken blir i økende grad mer avansert etter hvert som barna får mer erfaring i oppgaveløsningen. Dette viser seg ved at elevene viser avtagende bruk av de enkleste formene for backup-strategier, og retrival-strategier spiller en mer sentral rolle.

I MUM-prosjektet (Matematikk uten matematikkvansker, 1999) undersøkte Ostad strategibruken i løsningen av blant annet enkle addisjonsoppgaver, til elever med og uten matematikkvansker. Han målte strategibruken blant 927 elever fordelt på 1., 3. og 5. klasse på to forskjellige tidspunkt, med to års mellomrom. Elevene uten matematikkvansker varierte mellom ulike strategivarianter og hadde omfattende strategikunnskaper. Antallet varianter de benytta, økte gradvis oppgjennom grunnskolen. De utviklet nye backup- og retrival-strategier underveis og forkastet de mindre aktuelle. Elevene beveget seg i retning bort fra de mest primitive backup-strategiene, og over til mer avanserte. Retrival syntes å få en større plass, selv om backup-strategiene fremdeles spilte en sentral rolle i oppgaveløsningen. Elevene uten matematikkvansker hadde utviklet strategifleksibilitet, slik at de kunne tilpasse strategibruken til ulike situasjoner og oppgavekrav. Utviklingen til elevene med matematikkvansker blir kommentert lenger ned.

Det er gjort mange undersøkelser om strategibruken om barn og unge når det gjelder addisjon og subtraksjon. Det er ikke gjort like mye når det gjelder multiplikasjon. Siegler og Lemaire (1995) ville undersøke franske 2.klassingers (2nd grade) tilegnelse av multiplikasjonsferdigheter. Deres strategivalg-modell ble brukt i undersøkelsen. Tidligere var bare amerikanske barn blitt undersøkt etter denne modellen, og de ville nå teste modellens generalitet. Et annet interessant aspekt var at det franske skolesystemet har en strengere holdning når det gjelder bruk av backup-strategier. Elevene blir oppfordret til å bare bruke retrival-strategier med en gang de lærer multiplikasjon. Ville dette reflektere mindre bruk av backup-strategier blant de franske barna? Det ble gjennomført en longitudinell studie, der de så på hurtighet, nøyaktighet og strategibruk ved tre tidspunkt innen et år. 20 barn ble undersøkt.

Siegler og Lemaire (1995) fant at bruk av retrival-strategier økte og bruken av backup-strategier minket i løpet av de tre undersøkelsespunktene. Når det gjaldt gjentatt addisjon, den enkleste formen for backup-strategi, ble barna signifikant bedre i å telle den største multiplikanden det antall ganger den minste anslo. Retrival-strategien ble utført raskere og mer nøyaktig i løpet av perioden. Kvaliteten på feilene de gjorde ved bruk av retrival-strategier ble også bedre. Oppgavenes vanskegrad var avgjørende for om elevene brukte retrival- eller backup-strategi. Barna brukte retrival oftest på oppgaver som kunne gi et raskt og riktig svar. De brukte gjentatt addisjon oftest på oppgaver som ikke var så lette at de kunne bruke retrival, og de sa ”jeg vet ikke” oftest på de vankelige oppgavene som de ikke kunne løse ved noen av strategiene (Siegler og Lemaire, 1995). Denne undersøkelsen understøttet noen sammenhenger mellom barns tidlige og senere prestasjoner, som modellen hadde foreslått. Den viste at det er signifikant sammenheng mellom tidlig nøyaktig bruk av backup-strategier og senere nøyaktig bruk av retrival-strategier. Den viste også signifikante sammenhenger mellom tidlig ukorrekt bruk av backup-strategier og senere økt bruk av backup-strategier, heller enn retrival. Den siste påstanden fra modellen som viste seg å være riktig, var at prosent riktig utført retrival-forsøk, skulle korrelere positivt med senere prosent riktig utført retrival-forsøk. De franske skolebarna brukte altså de samme strategivalgene selv om de var utsatt for en annen type undervisning ved at de ble oppfordret til bare å bruke retrival-strategier. Selv om instruksjon er en viktig del av strategiinnlæringen, ser en at dette er prosesser som foregår naturlig i barna. En annen viktig konklusjon fra denne undersøkelsen er at en ser hvordan økende kunnskapsbase og erfaring i strategiutførelse fører til forandringer i strategibruken til elevene.

2.3.1 Kunnskapsbase og forståelse

Siegler og Jenkins (1989) tenker seg at barn tar utgangspunkt i den kunnskapsbasen de allerede har på det aktuelle området, og prøver å finne løsningsmåter ut i fra dette. Der hvor det eksisterer strategier fra før, vil nye strategier måtte ”konkurrere” med andre alternative løsningsmåter. Kunnskap innenfor et område er viktig for å oppdage nye strategier. En detaljert kunnskapsbase på et gitt område gir bedre muligheter for å utvikle gode og effektive strategier. Elevene kombinerer også deler av eksisterende strategier på nye måter og tar inn nye segmenter i eksisterende strategier. Det er i denne fasen av avgjørende betydning at eleven bygger på de riktige elementene for å lage nye hensiktsmessige strategier. De hevder også at tidligere erfaringer med, og utfallet av bruken av de enkelte strategiene er medbestemmende for om strategien blir brukt igjen av barnet. De fant at enhver strategi blir brukt oftest der den har flest fordeler og har størst sjanse for å lykkes.

Ostad (2004) legger vekt på sammenhengen mellom forståelse og ferdighet som kunnskapskvaliteter ved funksjonelle matematikkunnskaper. Prosedyremessige og deklarative kunnskaper må bidra sammen til å styrke matematikkunnskapenes funksjonalitet. De prosedyremessige kunnskapene kan ofte lagres som isolerte enheter der de ikke har noen forbindelse med nettverket av deklarative kunnskaper. Matematikksvake elever kan pugge løsningsstrategier og innlæringen blir et resultat av ren memorering. I forhold til multiplikasjonsoppgaver er det vanlig at barn oppfordres til å lære tabellen utenat. Selv om barnet greier å komme fram til riktig svar er det ikke sikkert at hun forstår selve multiplikasjonsprosessen.

Richard Skemp (2002) hevder at begrepet forståelse har to meninger. Han skiller mellom ”relational understanding” og ”instrumental understanding” (Skemp, 2002:2). I relasjonell forståelse (min oversettelse) ligger å vite *hva* man gjør og *hvorfor* man gjør det man gjør. Instrumental forståelse betyr eksempelvis å kunne anvende en regel for å løse en oppgave, uten å forstå hvorfor eller hva regelen inneholder. Han hevder at det ofte forekommer instrumental læring og forståelse i matematikkundervisningen i skolen. Han skisserer noen fordeler ved å undervise instrumentell matematikk. For det første er instrumentell matematikk enklere å forstå; en anvender en regel og får et riktig svar. Det gir umiddelbar respons og det er motiverende for elever å oppleve suksess ved å få riktige svar. Svarene blir lettere produsert, fordi en ikke trenger å bruke like mye kunnskap i oppgaveløsningen. Fordelene med relasjonell forståelse er at kunnskapen lar seg overføre til nye oppgaver. Det er også lettere å huske relasjonell matematikk ved at en ser sammenhenger mellom ulike områder i matematikken, og forståelsen blir vedvarende. Ensidig vektlegging av drill og pugg fører således til instrumentell læring.

Eddie Gray og David Tall (1994) hevder at det er en kvalitativ forskjell i tankeprosessene mellom de som lykkes og de som ikke lykkes i matematikk. For å lykkes må barnet få anledning til å *gjøre* ting. Barn lærer tidlig å telle objekter og etter hvert som en bruker språket samtidig som en peker på rekken av objekter, forstår det at det siste ordet er antall objekter i rekka. Tallbegrepet blir dermed assosiert med den underforliggende telleprosessen. Eksempelvis blir tallet 5 både et begrep og en prosess. Addisjon læres som en forlengelse av telling. Først lærer barnet ”telle alt”-strategien, før det skjønner hensiktsmessigheten ved å begynne å telle fra det største tallet. Nå har barnet oppfattet det største tallet som en mental enhet, et begrep, og benytter en prosess til å telle videre. Til slutt læres 2+3 som et fakta, det hentes fram som et kjent begrep. Slike kjente svar, som barnet bare ”kan”, kan læres på to måter; lært ved pugging eller lært gjennom forståelse. Barnet må forstå tvetydigheten i symbolbruken i matematikkfaget. Symbolet 3+2 står for både addisjonsprosedyren og for resultatet av prosedyren. Denne doble symbolbruken, som inneholder både prosess og produkt er vanlig i hele matematikkfaget. Eksempelvis vil 3x2 representere både multiplikasjonsprosedyren (ved gjentatt addisjon) og produktbegrepet. Tall og Gray (1991) kaller sammensmeltingen av prosedyren (**pro**cedure) og begrepet (con**cept**) for procept. Tall er et procept, som fremkaller både telleprosedyren og tallet som begrep. Et ”procept” svar må skilles fra et pugget, utenatlært svar, ved at det inneholder rike strukturer som kan omorganiseres og dekomponeres til å produsere nye avledete svar og fakta. I stykket 4 + 5, kan barnet se 5 som ”en mer enn 4” og vite at 4+4=8, for å avlede svaret at 4+5 er ”en mer”, nemlig 9. Slik bruker en ”proceptual”-tenker ”procept”-tankegangen til å lage nye faktasvar (Gray & Tall, 1991:3). Den som bare ser addisjon som en prosess og eksempelvis bruker strategiene ”telle alt” eller ”telle videre”, bruker så mye energi og så lang tid på å telle, at de ikke husker utgangspunktet (eks 8+4) og stykket blir ikke lagret som et nytt tilgjengelig fakta (8+4=12). Forfatterne viser til en undersøkelse der elever i alderen 7-12 år skulle gjøre enkeltsifrede addisjons- og subtraksjonsoppgaver (Gray & Tall, 1991). Elevene var delt inn i grupper etter alder og etter hvordan de presterte; ”less able”, ”average” og ”above average” og det ble sett på hvilke strategier de brukte i oppgaveløsninga. I ”less able” gruppa brukte de yngste elevene nesten ikke avledete fakta, dvs. bygge videre på et kjent svar. De to andre gruppene hadde større andel kjente faktasvar (retrival) tilgjengelig, og benytta også avledete varianter (dekomposisjon). Med økende alder, økte også bruken av kjente svar og avledete svar, men ikke i samme grad hos ”less able” gruppa. Dette illustrerer den kvalitativt forskjellige tenkemåten i de ulike gruppene.

2.3.2 Metakognisjon

I læring er det aldri noe skarpt skille mellom prosess og innhold, altså mellom å lære hva og hvordan. Enhver læring går ut på å erverve kunnskap samtidig som det læres *hvordan* denne kunnskapen kan erverves. Ervervelse av innsiktsfull deklarativ-semantisk kunnskap beror på mestring av nødvendige prosedurale operasjoner. Barn trenger hjelp til slik prosedural læring. Læringsstrategier må mestres slik at eleven kan erverve ny deklarativ kunnskap. På denne måten legges til rette for metakognitiv kunnskap i opplæringa.

Vygotsky beskriver hvordan barn gjennom handling og bruk av tale utvikler evne til problemløsning (Ostad, 2004). Han mener egosentrisk tale er en viktig del av tankeutviklingsprosessen, og at barn gjennom egosentrisk tale får et bevisst forhold til egen forståelse. I praksis betyr egosentrisk tale at barnet snakker høyt til seg selv om hva det skal gjøre før det handler. Dette vil gjøre det lettere for barnet å utføre handlingen. Siden vil den egosentriske talen erstattes av en indre tale etter hvert som barnet blir eldre. Talen vil fortsatt utgjøre en støtte for barnets handling. Vygotsky (Bråten, 1998) mener det er en indre dynamikk mellom den indre talen og handlingen, idet den indre talen fungerer som støtte for handlingen og omvendt. Handlingen fungerer også som en støtte for tanken og språket. Forholdet mellom barnets tale og handling bidrar til at barnet i stadig økende grad selv kan planlegge og ha kontroll over løsningsprosessen. Gjennom drøfting om matematikkoppgavene og strategiene kan elevene få hjelp til å reflektere over egen læring. De kan rette oppmerksomheten mot de ulike strategiene som eksisterer og som kan benyttes i oppgaveløsningen. De kan videre få hjelp til å sette ord på tankene sine mens de løser oppgaver og gjør valg av strategier.

Bråten (1996) hevder at barns metakognitive kunnskap om strategier vil påvirke deres strategivalg. Han sier at eleven er klar over hvilke strategier som er krevende og gir liten uttelling i bruk og hvilke som ikke er det. Eleven vil ikke benytte strategier som ikke gir effektiv uttelling og ikke er pålitelige i utførelsen. Han viser til en undersøkelse av Carr og Jessup som ble gjennomført i 1994, hvor ble det studert hvordan metakognisjon påvirker utviklingen av, og bruk av addisjons- og subtraksjonsstrategier, blant elever i deres første skoleår. Det ble funnet en klar sammenheng mellom metakognisjon og korrekt strategibruk. Metakognitiv kunnskap ble målt ved at elevene ble spurt om deres logiske forklaring på strategibruken mens de løste oppgavene. De ble også spurt om andre forskjellige situasjoner de ville ha brukt strategiene. Etter oppgaveløsningen ble elevene spurt om mulige strategier som de ikke hadde brukt (Bråten, 1996:32). Både guttene og jentene brukte mer korrekt strategibruk når de var i gruppe med flere elever, enn når de hadde individuell testing. Guttene prøvde å bruke retrival-strategier (hente fram automatisk svar), før de var i stand til dette. Det så ut til at jentene, som startet på skolen med dårligere metakognitiv kunnskap enn guttene, avsluttet første klasse med signifikant bedre metakognitiv kunnskap. Metakognisjon var relatert til korrekt strategibruk på hvert måletidspunkt og en kunne også predikere korrekt strategibruk på senere tidspunkt. Denne undersøkelsen viser at metakognisjon kan være en viktig medvirkende årsak til barns utvikling av matematiske strategier (Bråten, 1996).

Siegler og Jenkins (1989) mener at kunnskapen om hvor de ulike strategiene best blir brukt kommer fra elevenes erfaringer fra tidligere bruk og utfall av strategien, heller enn en metakognitiv analyse av hvor strategien er mest brukbar. I følge Sieglers modell eksisterer det ikke en separat styringsenhet som reflekterer over hvilke strategier som brukes når. Selvreguleringsmekanismene er en integrert del av systemets grunnleggende retrival-mekanisme (Siegler, 1988:272).

2.3.3 Hukommelse og lagring av kunnskap

For at læring skal kunne skje er det en forutsetning at informasjonen kan lagres, kodes og gjenhentes fra hukommelsen.

Baddeley og Hitch (1997) har utviklet en teori som forklarer de ulike prosessene i barnets hukommelse. I deres arbeidsminneteori erstatter de kortidsminnet (KTM) med et komplekst arbeidsminne som omfatter den foreløpige lagringen i hjernen. Der blir informasjonen holdt og bearbeidet inntil man eventuelt lagrer den. Arbeidsminnet består av tre komponenter; den sentrale styringsenheten, den visuospatiale skisseblokk og den fonologiske sløyfe. Den visuospatiale skisseblokk og den fonologiske sløyfe er to minnesystemer som koder data fra sansesystemet til arbeidsminnet. Den første bearbeider visuell persepsjon og lagrer visuelle og spatiale inntrykk. Den fonologiske sløyfen koder auditive inntrykk og talebasert informasjon. De to systemene, også kalt slave-systemene, er ansvarlige for behandling av enkle prosesser på et lavt nivå (Ashcraft, 2006). Den sentrale styringsenheten tar seg av prosesser på et høyere nivå, slik som språkforståelse og resonnering. Slavesystemene er også domene-spesifikke i det de bare behandler informasjon som er språkbasert og visuelt/spatial-basert. De har også begrenset oppmerksomhetskapasitet. Den sentrale styringsenheten er en overordnet kontrollfunksjon som styrer prosessene i hukommelsen og koordinerer de to slavesystemene. Den henter opp lagret informasjon fra langtidsminnet (LTM) og konstruerer ny kunnskap ved å koble tidligere kunnskap med ny, og den er ansvarlig for valg av strategier. Hvis oppgavene for slavesystemene blir for krevende, trenger de hjelp fra styringsenheten og må låne ressurser av den. Dette betyr at styringsenheten ikke kan opprettholde tempo og nøyaktighet i de oppgavene den utførte samtidig, og det går utover oppgaveløsningen.

Automatisert kunnskap kan hentes direkte opp fra LTM uten bearbeiding i arbeidsminnet (Hecht, 2002). Backup-strategier derimot er avhengige av bearbeiding i arbeidsminnet. I oppgaveløsning kan således automatiserte kunnskaper hentes fram fra LTM, selv om arbeidsminnet behandler annen informasjon. Retrival-svar i multiplikasjonsoppgaver er eksempel på slik lagret kunnskap. Når slike strategier benyttes frigjøres kapasiteten til arbeidsminnet, som kan brukes på andre sider i oppgaveløsningen. Tronsky og Royer (2003) fant at det går ut over oppgaveløsningen når slavesystemene blir utfordret samtidig som en skal gjøre aritmetiske oppgaver. På denne måten kan en si at elever som gjør det dårlig i matematikk, kan ha vansker med å holde flere ting i arbeidsminnet samtidig. Carr og Hettinger (2003) hevder at økende bruk av mer avanserte strategier, bruker større arbeidsminnekapasitet for å bearbeide informasjonen. Arbeidsminne-begrensninger kan på denne måten innskrenke strategitypene barna kan bruke på å løse matematikkoppgaver.

Når det gjelder langtidsminnet (LTM) har det vært vanlig å skille mellom deklarativt eller eksplisitt minne, og ikke-deklarativt eller implisitt minne (Baddeley, 2002). Det ikke-deklarative/implisitte minnet, også kalt proseduralt minne, er kunnskap som kan påvirke tanke og bevissthet uten nødvendigvis involvering av bevisst oppmerksomhet. Deklarativt eller eksplisitt minne er langtidsminne som kan hentes fram og reflekteres over bevisst. Dette minnet kan deles inn i to delsystemer: episodisk og semantisk minne. Det episodiske minnet tar vare på minner om personlige hendelser og gjøremål. Det omfatter avgrensede hendelser i rom og tid, episoder en selv har vært med på eller hørt om. Det semantiske minnet refererer til organisert kunnskap som ikke nødvendigvis er knyttet til en spesiell person eller hendelse. Det dreier seg om en persons generelle kunnskap om verden. Dette kan være kunnskap som knytter begreper og ideer sammen og hvordan en kan utrykke disse begrepene og ideene ved hjelp av språket. Episodisk minne vil være forskjellig fra person til person, mens en ser for seg at semantisk minne i grove trekk er like for mennesker når det gjelder struktur og prosesser (Ashcraft, 2006).

Konneksjonistiske modeller fra informasjons-prosesserings tradisjonen ser for seg strukturen i et semantisk nettverk av begreper og kunnskapsenheter. Enhver type kunnskap kan representeres ved noder. Disse nodene er lenket sammen med andre noder i et nettverk. Alle kunnskapsenhetene er i forbindelse med de andre kunnskapsenhetene i nettverket, direkte eller indirekte. Prosessen ved å hente fram kunnskap skjer ved at aktivisering sprer seg fra den første noden til de andre nodene som er med i nettverket. Styrken mellom de ulike nodene varierer og er ulikt vektet. ”Vekten” representerer forholdet mellom enhetene i nettverket og kan være positiv eller negativ og avgjør om aktiveringen sprer seg videre eller ikke. Noder med høy ”vekt” aktiveres fort og systemet kan ta avgjørelser om dem raskt. Disse modellene er laget etter mønster fra hjernens oppbygging av nerveceller som er mye brukt innen nevrologien (Ashcraft, 2006).

Ostad (1996) sier at hvordan de domene-spesifikke kunnskapene er lagret, spiller en avgjørende rolle for hvor hensiktsmessig oppgaveløsningen blir. Gode matematikkunnskaper definerer han som enheter som etablerer seg med gode kontaktmuligheter seg i mellom, og at enhetene har evne og vilje til samarbeid. Da vil disse enhetene etablere seg som generative kunnskaper og være fleksible utover de spesifikke situasjonene de ble lært i. Det motsatte skjer der kunnskapslageret utviser mangelfull funksjonalitet. Når elever som strever med matematikk utvider kunnskapslageret sitt, lagrer de enhetene isolert uten kontaktmuligheter mellom enhetene. Kunnskapsenhetene blir lagret med problem-irrelevant informasjon, som situasjonsspesifikke enkeltfenomen. Erfaringen blir da ikke funksjonell i nye situasjoner, fordi eleven ikke kan rekode erfaringen slik at den kan brukes hensiktsmessig. Matematikkunnskapene har en kontekstavhengig karakter. Ostad (1996) kaller dette for tunge forestillinger. Elever som lagrer kunnskapen hensiktsmessig og som har lette forestillinger, kan reorganisere kunnskapene sine i forhold til de ulike utfordringene de møter i forskjellige oppgavetyper. Matematikkunnskapene til disse elevene har kontekstuavhengig karakter. I forhold til strategibruk kan en tenke seg at etter hvert som elevene får økende kunnskap om strategier og får en større matematikkfaglig kunnskapsbase, vil de kunne veksle fleksibelt mellom ulike strategityper i ulike oppgavetyper. Elever med tunge forestillinger vil kunne ha vansker med å skifte mellom ulike strategier til ulike oppgavetyper. De har ikke et fleksibelt kunnskapslager som virker hensiktsmessig slik at eleven velger den riktige strategien.

2.4 Strategibruk hos elever med matematikkvansker

I faglitteraturen møter vi mange begreper som brukes om det å ha matematikkvansker, som dysmatematikk, dyskalkuli, akalkuli og spesifikke matematikkvansker. Mange forfattere legger ulikt innhold i de ulike begrepene. Ostad (1995) benytter begrepet matematikkvansker om elever som opplever å ha stoppet opp eller gått tilbake i den faglige utviklinga i forhold til andre elever når det gjelder matematikk. Holm (2002) definerer dyskalkuli som en diskrepansdiagnose, hvor elevens evnenivå ikke står i forhold til det matematiske funksjonsnivået. Ostad (1995) bruker dyskalkuli om spesifikke matematikkvansker. Hvor spesifikt vanskene arter seg i matematikk i forhold til andre fag, uttrykker han ved å plassere vanskene på et kontinuum hvor det ene ytterpunktet er generelle vansker, mens det andre ytterpunktet er spesifikke vansker. Han sier at i praksis befinner ikke elever med matematikkvansker seg på et av ytterpunktene, men et sted mellom disse punktene. Dette fordi matematikkfaget har faglige komponenter som er felles med andre fag, og eleven vil oppleve vansker med disse komponentene også i andre fag enn matematikk. Akalkuli bruker han om vansker av uvanlig alvorlig karakter. I internasjonal faglitteratur brukes betegnelsen ML-barn om mathematically less able children og MN-barn om mathematically normal children (Ostad, 2004). Geary (2003) bruker uttrykket MLD eller MD, mathematics learning disablities om barn som har en eller annen form av hukommelses- eller kognitiv vanske som påvirker deres evne til å lære begreper og prosedyrer i et eller flere områder av matematikkfeltet. Disse elevene har lav skåre på standardiserte matematikkferdighetstester i forhold til deres IQ-skåre.

I MUM-prosjektet (1999) undersøkte Ostad strategibruken i løsningen av enkle addisjonsoppgaver, til elever med og uten matematikkvansker. Han målte strategibruken blant 927 elever fordelt på 1., 3. og 5. klasse på to forskjellige tidspunkt med to års mellomrom. ML-elevene (mathematically less able children) i denne undersøkelsen var elever som lå lavere enn det 14. prosentilpunktet på en standardisert matematikkprøve ved to målinger foretatt med to års mellomrom.

Hvordan var så strategibruken blant disse ML-elevene? De viste seg å bruke backup-strategier i hele undersøkelsesperioden. Fra 1. klasse til 7. klasse var strategibruken deres konstant, og de brukte nesten ikke retrival-strategier. De hadde en hyppigere bruk av de mest primitive backup-strategiene enn MN-elevene (mathematically normal children) i oppgaveløsningen og brukte også et færre antall strategivarianter enn MN-elevene. De benyttet de samme strategiene om og om igjen, og synes å ha dårlige strategikunnskaper tilgjengelig. ML-elevene endret heller ikke strategibruk opp gjennom grunnskolen. De var rigide i anvendelsen av strategiene og tilpasset de ikke til ulike situasjoner i oppgaveløsningen (Ostad, 1999).

Geary (2003) har også funnet lignede tendens hos MLD-barn (mathematics learning disability) i sine undersøkelser når det gjelder forandring i bruk av strategier. I følge ham gjør barn med MLD flere tellefeil og bruker umodne strategier i løsningen av enkle matematiske oppgaver. De viste heller ikke et skifte i strategibruk til mer avanserte former for strategier etter hvert som de ble eldre. MLD-elevene er også forskjellige med hensyn til MN-elevene ved at de ikke evner å bruke retrivalbaserte strategier for å løse enkle matematikkoppgaver. Denne evnen synes heller ikke å bli bedre etter hvert som elevene beveger seg opp i klassene. I de tilfellene disse elevene benytter retrival-strategier, synes de å gjøre flere feil og bruke lengre tid enn MN-elevene gjør.

2.5 Generell matematikkferdighet

L-97 (Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen; 1996:158) formulerer noen felles hovedmål for matematikkfaget i grunnskolen. Det skal legges vekt på at elevene utvikler et positivt forhold til matematikk i form av å bygge opp selvfølelse og tillit til egne muligheter i faget. De skal stimuleres til å bruke fantasi, ressurser og kunnskaper til å finne løsningsmetoder i ulike typer aktiviteter. Elevene skal også opparbeide ferdigheter til å kunne lese og bruke matematikkens språk og symboler slik at de kan brukes i situasjoner der dette er naturlig. De skal også utvikle innsikt i matematikkens historie og lære om fagets rolle i kultur og vitenskap. Matematikk skal bli et redskap for elevene både i og utenfor skolen.

Holm (2003) mener at dette er mål som kan fremme kvaliteten på matematikkunderisningen. Men hva er resultatet hvis disse målene og retningslinjene ikke oppfylles? Hun hevder at individuell tilpasning av undervisningen blir viktig for å oppfylle disse målene. Elever som ikke opplever å mestre dette faget vil utvikle en negativ holdning, og får dårlig motivasjon til å jobbe med faget. De kan dermed stagnere i utviklinga si. Holm hevder videre at skolens omfattende bruk av engangsbøker i faget er med på å hemme overføringen av kunnskap til nye oppgaver. Elevene trenger allsidig opplæring og ikke ensidig terping på de samme løsningsstrategiene, mener hun. I L-97 står det at elevene skal ”arbeide med” multiplikasjonstabellen. Det legges altså ikke vekt på at den skal automatiseres. Holm (2003) mener at utenatlæring bør etableres som en del av matematikkopplæringen og foregå i alle skoleår. Dette fører til at elevene får mer sikker kunnskap og økt kapasitet for læring. L-97 deler konstruktivistenes syn på læring og utvikling i matematikkfaget om at elevene selv skal konstruere sine matematiske begreper (Holm, 2003) Aktivitetene skal være meningsfylte situasjoner som elevene kjenner godt til. Eksperimentering og undersøkelser skal vektlegges. De skal bruke matematikken i dagliglivets erfaringer og konkrete hendelser og elevene skal være aktivt deltagende.

Griffin (2003) påpeker også dette poenget at læringen må være et resultat av meningsfull aktivitet. Matematikken omfatter tre verdener i følge henne. Den første er en verden bestående av virkelige mengder som eksisterer i tid og rom. Den andre er verden av telling av tall (eks: verbalt språk), den siste er verden av formelle symboler (skrevne tall og symboler). Disse tre verdener må være knyttet sammen med mange relasjoner og eleven må få erfaringer med å avdekke og konstruere disse sammenhengene mellom dem. Hun mener at dagens matematikkundervisning er for opptatt av tall. Matematikk handler ikke om tall, men om mengder hevder hun. ”Math is a set of conceptual relations between quantities and numerical symbols” (Griffin, 2003:8), foreslår hun. Hun er også opptatt av at elevene må få undervisning bedre tilpasset sine utviklingsmessige forutsetninger. Lærere bør ha bedre innsikt i de ulike kognitive strukturene som barn har på de ulike alderstrinnene. Dette for å kunne gi adekvat opplæring i forhold til hva de kan mestre kognitivt og ikke på de ulike utviklingstrinnene.

Hvordan står det så til med matematikkferdighetene til norske barn og ungdommer? PISA/OECD-rapporten gir Norge et gjennomsnittlig resultat (Godt rustet for framtida, 2001). De andre nordiske landene som det er naturlig å sammenligne oss med, gjør det signifikant bedre enn oss. Helt øverst på lista finner vi Japan, Korea og New Zealand, etterfulgt av Finland.

2.6 Intelligens

Hva er det som gjør at noen barn løser visse problemer raskere og mer effektivt enn andre barn på samme utviklingstrinn? Begrepet intelligens sier oss noe om individuelle forskjeller i hvordan folk behandler informasjon. Piaget brukte en meget vid definisjon på intelligens ”som generell mental tilpasningsevne”. Andre, som eksempelvis Terman, har derimot tolket intelligens snevert, som ”evne til abstrakt tenkning” (Teigen m.fl, 1987). Raaheim sier at menneskets evne til problemløsning står sentralt i mange teorier om intelligens, og foreslår en definisjon som ”evnen til å nytte tidligere erfaringer i nye situasjoner” (Teigen m.fl, 1987).

Forskningsfeltet som studerer individuelle forskjeller går under navnet differensialpsykologi. Denne retningen innen psykologien mener at intelligens kan beskrives som en rekke mentale faktorer som ligger til grunn for menneskets mentale prestasjoner (Bjoklund, 1995). Disse faktorene består av mentale ferdigheter som henger sammen og påvirker tenkningen på mange ulike områder. Eksempelvis vil en person med gode verbale evner gjøre det godt i alle øvelser som har med språklige komponenter å gjøre. Denne personen vil skåre høyt på tester som tapper den verbale faktoren.

Det har vært uenighet om hvor mange faktorer som skal ligge til grunn for intelligensbegrepet. Spearman mente at intelligens består av to faktorer. Han mente at det eksisterer en generell intelligens (g-faktor) som skjuler seg bak enhver prestasjon. Han hevdet også at vi har en spesifikk s-faktor som gjør at vi har spesielle evner på spesifikke områder. Guilford på den andre ytterkanten, hadde en intelligensteori som inkluderte 180 intellektuelle faktorer. Raymond B. Cattell foreslo en forenklet modell der han skiller mellom utkrystallisert og flytende intelligens. Den førstnevnte gir et bilde på språklige, matematiske og allmenne kunnskaper som er mer kulturavhengige, mens den sistnevnte typen beskriver evner til å løse abstrakte problemer eller å oppfatte relasjoner som ikke er spesielt kulturavhengige (Teigen m.fl, 1987).

Det ble utviklet tester for å måle disse individuelle forskjellene i tenkningen. Alfred Binet såg intelligens som evnen til å bedømme, å forstå og å resonnere. Han utviklet tester for å vurdere hvilke elever som var egnet til å gå på vanlige skoler og hvilke som måtte ha spesialundervisning. Terman i USA videreutviklet Binet-prøvene og dannet et mønster for hvordan prøvene ble utviklet i andre land. I Norge fikk vi ”Oslo-prøvene” i 1931 (Teigen m.fl, 1987). Uttrykket intelligenskvotient (IQ) ble et begrep brukt på barnets relative plassering blant sine jevnaldringer når det gjaldt intellektuelle prestasjoner.

Det har vært knyttet stor uenighet om hva som egentlig måles ved en utrekning av IQ. Kritikken til den psykometriske tilnærmingen til intelligensbegrepet, har blant annet kommet fra informasjonsprosesseringstradisjonen. De hevder at intelligenstestene ikke gir nok innsikt i hvilke prosesser som inngår i intelligensens natur (Bjorklund, 1995). Disse kognitive psykologene ser på eksempelvis forskjeller i koding av informasjon, hurtigheten ved informasjonsbehandlingen, strategibruk, forskjeller i kunnskapsbasen og metakognisjon som uttrykk for forskjeller i tenkning og intelligens. I undersøkelsene sine sammenligner de grupper med barn med ulik IQ eller mellom barn som har lik IQ men forskjellig akademiske evner, og ser på de underliggende årsakene til forskjellene i IQ, oppgaveutførelse eller akademiske evner.

3. Metode

Valg av forskningsmetode innebærer beslutninger om hvordan man vil besvare et gitt forskningsspørsmål. Valg av metode bestemmes blant annet av type forskningsspørsmål en stiller, hva slags data en samler inn og hvordan en vil analysere disse dataene. Kvalitativ og kvantitativ forskningsmetode er to forskjellige tilnærmingsmåter en kan velge i et forskningsprosjekt (Vedeler, 2000).

Kvantitativ metode viser til empirisk forskning som beskriver, kartlegger, analyserer og forklarer det en undersøker ved hjelp av kvantitative størrelser. Her foretrekkes at presise hypoteser og definisjoner ligger til grunn før selve undersøkelsen settes i gang. I kvalitative undersøkelser bruker en gjerne deltakende observasjoner og verbale uttrykk. Forskerens rolle er en viktig del av datainnsamlingen og må bruke sine egne kunnskaper for å oppnå gode data. I kvalitative undersøkelser kan hypotesene og definisjonene ta form etter hvert som undersøkelsen skrider fram (Vedeler, 2000). Videre inneholder kvantitative undersøkelser ofte mange enheter i et tilfeldig utvalg fra en gitt populasjon for å kunne generalisere resultatene. Kvalitative studier foretrekker et lite og hensiktsmessig utvalg som er rikt på informasjon. Begge metodene søker å finne frem til vitenskaplige sannheter, basert på empiri.

I undersøkelsen min har jeg valgt å ta utgangspunkt i kvantitativ tilnærming. Jeg ønsker å finne ut hvordan elevene tenker når de løser multiplikasjonsoppgaver og å kategorisere disse tankemåtene som strategier. Videre ønsker jeg å se på forskjeller og sammenhenger mellom strategibruk og generelle matematikkferdigheter og intelligens, målt ved prestasjoner på Ravens test (Raven, 1992). Det vil derfor være naturlig å kvantifisere og måle disse resultatene for å kunne sammenligne og finne eventuelle sammenhenger ved variablene. Tidligere forskning som er gjort rundt temaet har også som oftest brukt kvantitative metoder for å undersøke disse temaene (Siegler, 1998, Ostad, 1999). Jeg vil dessuten undersøke strategibruken til ca 50 elever, noe som også legger føringer for metodebruken. Videre har vi en klar problemstilling med klare definisjoner *før* vi setter i gang med undersøkelsen.

Forskningsproblemet representerer et sentralt ledd i en forskningsundersøkelse. Det er dette spørsmålet som søkes besvart gjennom undersøkelsen. Mitt forskningsproblem inneholder flere underproblemer formulert som fire spørsmål. Forskningsproblemet mitt er ikke-kausalt, det vil si at jeg ikke er ute etter å si noe om årsaken til sammenhengene eller forskjellene mellom variablene mine. Dette har innvirkning på hvilket design som velges. I kausale undersøkelser må det best mulig kontrolleres for innvirkning av andre årsaker en den årsaken det fokuseres på i forskningsproblemet (Lund, 2002). I min undersøkelse som er av beskrivende art, er ikke denne formen for kontroll aktuell. Jeg har heller ingen intensjon om å påvirke slik at det fører til endring i tingenes tilstand. Det forskningsdesignet som passer for undersøkelsen min kalles for et ikke-eksperimentelt design. I ikke-eksperimentelle design forsøker en å beskrive tingene slik de er, uten å gi noen påvirkning som skal forandre tingenes tilstand (Kleven, 2002). En kaller slike undersøkelser også for deskriptive studier.

3.1 Presentasjon av utvalgene

Jeg har to utvalg med i undersøkelsen min. Disse kommer fra to parallellklasser fra 4. og 7. trinn på en skole sentralt i Oslo. Skolen ble valgt av praktiske årsaker fordi den ligger i nærmiljøet mitt. Søknad ble sendt til rektor om å gjennomføre undersøkelsen, og jeg fikk tillatelse til å gå i gang. Det ble sendt ut forespørsel til alle foreldre, foresatte og elevene i de 4 klassene på de to trinnene om å delta i undersøkelsen (se vedlegg). Lærerne i klassene var behjelpelig med å sende ut informasjonsbrevene og å innhente svar. Til sammen fikk jeg svar fra 53 elever fra alle klassene. Det er 25 elever fra 4. klasse, hvorav 11 er jenter og 14 er gutter. Fra 7. klasse har jeg med 16 jenter og 12 gutter, til sammen 28 elever.

Det er ikke spurt om noen av elevene i utvalgene har matematikkvansker. Det kan tenkes at elever som har vansker eller har et problematisk forhold til matematikkfaget ikke har takket ja til å delta i undersøkelsen.

3.2 Materiell og gjennomføring av testene

Hver av elevene ble testet med fire ulike tester (2 delprøver i matematikk) på fire forskjellige testdager. Jeg utførte en individuell multiplikasjonstest, i den hensikt å kartlegge strategibruken til hver enkelt elev. De ble også testet med en standardisert matematikktest (Hammervoll & Ostad, 1999) gjennomført som gruppetest for hvert av de respektive klassetrinnene. Denne testen er delt i to prøver, som må foregå på to forskjellige tidspunkt. Til slutt gjennomførte elevene Raven Standard Progressive Matrices (Raven, 1992) som gruppetest. Jeg brukte omtrent tre uker på innsamling av alle dataene. Lærerne på skolen var veldig behjelpelige med praktiske ting som rom til å utføre testene og hvem som skulle delta til ulike tidspunkt. Det var fin arbeidsro i alle klasser og elevene så ut å yte sitt beste. Det var ingen som avbrøt eller trakk seg i etterkant av kartleggingen. Hele undersøkelsen har vært anonym og deltakerne ble registrert på numre. Alle data til den enkelte elev ble registrert på dette nummeret. Informasjonsbrevet som ble sendt med hjem til alle elevene, ligger vedlagt i appendix. Jeg vil nå gi en beskrivelse av de ulike testene og hvordan de ble gjennomført.

3.2.1 Kartlegging av multiplikasjonsstrategiene

Strategiene utgjør hovedvariabelen i undersøkelsen min. Jeg ønsker å se på hvilke strategier de bruker på de to klassetrinnene, og om det er forskjeller mellom de to utvalgene mine. Videre vil jeg bruke strategikartlegginga til å se om det er noen sammenheng med den og hvordan elevene gjør det generelt i matematikkfaget. Til slutt vil jeg vurdere om det er sammenheng mellom strategibruken og hvordan elevene presterer på Ravens test.

For å finne ut hvilke strategier elevene brukte i løsningen av ensifrede multiplikasjonsoppgaver, spurte jeg en og en elev om å si meg svaret på oppgaver jeg gav dem, og forklare meg hvordan de tenkte når de løste dem. Kartleggingen besto av 15 ensifrede multiplikasjonsoppgaver fra den lille multiplikasjonstabellen for elevene i 4. klasseutvalget, og 11 oppgaver for 7. klasseutvalget. Elevene ble instruert om at de skulle få se noen multiplikasjonsoppgaver og at de skulle si svaret høyt på oppgavene de fikk se. De fikk bruke blyant og papir til å regne på hvis det var nødvendig. Elevene ble vist ett og ett kort, hvor hvert stykke var skrevet ned. Jeg informerte om at de gjerne måtte tenke høyt, fordi jeg var veldig interessert i måten de tenkte på. Jeg la vekt på at dette skulle være en positiv opplevelse for elevene, og det ble ikke fokusert på riktig eller galt svar, men hvordan de tenkte når de kom fram til svaret. Umiddelbart etter at barnet hadde svart på oppgaven, spurte jeg hvordan det tenkte da det hadde kommet fram til dette svaret. Svaret som elevene gav, kategoriserte jeg etter hvilken strategi som ble benytta. Strategiene de benytta ble kategorisert i fem ulike strategityper etter modell fra Hecht (1999). Jeg noterte ned en strategitype per oppgave som ble svart på, til sammen 15 strategier for 4. klasse og 11 strategier for 7. klasse. Jeg brukte omtrent 15 minutter per elev per strategikartlegging.

3.2.2 Standardisert matematikktest

Testen jeg brukte for å måle generell matematikkferdighet var “Basiskunnskaper i matematikk”, prøveserie for grunnskolen, av Hammervoll og Ostad (1999). Testen er delt inn i to delprøver, som gjennomføres på to ulike tidspunkt. Prøvene gjenspeiler innholdet i læreplanverket for den 10-årige grunnskolen og inneholder hovedmomentene som er sentrale på de ulike klassetrinnene som prøven dekker. Vanskegraden spenner over et vidt spekter, der de vanskeligste oppgavene befinner seg i delprøve 2, mens delprøve 1 inneholder enklere oppgaver som normalt hører hjemme på tidligere klassetrinn. Oppstilte oppgaver i de fire regningsartene har en sentral plass i prøvene. Prøvene skal gi et bilde av hvor forkunnskapene svikter innenfor de ulike regningsartene. Testene inneholder også tekstoppgaver og muntlige hoderegningsoppgaver. Den anbefalte tidsrammen for hver delprøve er omtrent en skoletime, 45 minutter.

4. klasseutvalget gjennomførte nivå B-prøvene, som er utviklet for 4. klasse. Alle elevene i dette utvalget var samlet i et klasserom og gjennomførte delprøve 1 i løpet

av en skoletime. Testleder spiller en aktiv rolle under hele prøven, ved å komme med instruksjoner for hver oppgave. Testingen tok omtrent en skoletime. Delprøve 2 ble gjennomført på samme måte, en annen time en annen dag.

7. klasseutvalget ble prøvd i nivå C-prøvene, som er utviklet for dette trinnet. Gjennomføringen foregikk på samme måte for disse elevene, og vi brukte også omtrent en skoletime på hver av delprøvene. Delprøvene 1 og 2 ble avholdt på to forskjellige dager.

I undersøkelsen blir elevenes råskåre på testen lagt til grunn for målet på deres generelle prestasjoner i matematikk. I tillegg til råskårene har jeg også benyttet inndeling i prøveklasser for å sammenligne grupper av elever innad i utvalgene. Jeg har da benyttet samme inndeling som Hammervoll og Ostad legger til grunn i sin veiledning (1999). Det at denne testen er standardisert gjør at den kan si noe generelt om hvordan elevene befinner seg i forhold til andre elever på samme alderstrinn.

3.2.3 Raven Standard Progressive Matrices

Raven Standard Progressive Matrices (Raven, 1992) er en test som skal måle intelligens eller problemløsningskapasitet uten å ta i bruk verbalt språk. Testen måler analytisk eller flytende intelligens i følge Carpenter (1990). Prøven omfatter 60 oppgaver fordelt på 5 sett (A til E) med 12 oppgaver i hver. Hver oppgave består av figurer hvor en del mangler, og elevenes oppgave er å identifisere det manglende elementet blant et sett på seks til åtte valgmuligheter. Korrekt oppgaveløsning forutsetter logisk tenkning, blant annet ved å sammenligne mønstre og mønsterkombinasjoner og ved å foreta analogislutninger. I hvert sett er den første oppgaven lett og så stiger vanskelighetsgraden utover i settet. Vanskegraden stiger også fra sett A til sett E.

Testen ble gjennomført som gruppetest med omtrent 15 elever per testing. Alle settene, A til E ble benyttet. De to første oppgavene på deltest A ble benytta som eksempel og gjennomgått på tavla med elevene. Instruksjonene som ble gitt er fra manual-utgaven fra 1992. Etter gjennomgangen fikk eleven jobbe i sitt individuelle tempo, og fikk bruke så lang tid de behøvde for å gjøre oppgavene ferdig.

Jeg har benytta råskårene på testen som mål på elevenes generelle problemløsningsevne eller intelligens. Jeg har også delt inn skårene i grupper for å kunne si noe om sammenhengene utvalgene i mellom. Da har jeg benyttet inndeling i ”grade”, som er den samme inndelingen som brukes i Ravens manual (1992).

3.3 Validitet og reliabilitet

Jeg vil nå se nærmere på noen kvalitetskrav som bør vurderes i undersøkelsen min for å oppnå best mulig validitet. Validitet handler om metoden som benyttes måler det den er antatt å måle. Cook og Campell har utarbeidet et validitetssystem for kausale undersøkelser og det er vanlig å bruke dette som metodologisk referanseramme innen kvantitativ forskning (Lund, 2002:104). Dette systemet inneholder kvalitetskrav til undersøkelsene som bør søkes oppfylt for at validiteten skal bli best mulig. Validitetssystemet var utarbeidet for kausale undersøkelser, men tre av kravene er også relevante for beskrivende undersøkelser, slik som min. Disse er begrepsvaliditet, ytre validitet og statistisk validitet. Jeg vil nå vurdere disse kravene nærmere. Jeg vil ta opp de truslene som gjør det vanskelig å oppnå god validitet under hver type.

Til slutt i dette avsnittet ser jeg på reliabiliteten i undersøkelsen min. Reliabilitet forstås som graden av fravær av tilfeldige målingsfeil (Kleven, 2002). Reliabilitet og validitet er ikke å forstå som krav som kan oppfylles fullt ut. Det som er viktig, er å ta hensyn til svikt ved disse i tolkningen av resultatene sine.

3.3.1 Begrepsvaliditet

Begrepsvaliditet handler om hvorvidt variablene måler begreper som er relevante i forhold til forskningsproblemet og ikke andre begreper (Lund, 2002). I undersøkelsen min er multiplikasjonsstrategier, generelle matematikkferdigheter og intelligens sentrale begreper som må vurderes.

Når jeg bruker begrepet multiplikasjonsstrategier i oppgaven min, er det etter definisjon av Hechts (1999) kategorisering. Denne kategoriseringen består av fem ulike strategier. Innsamlingen foregikk ved systematisk observasjon der det var bestemt på forhånd hva som skulle observeres og hvordan det skulle registreres på skjemaet. På denne måten fikk jeg tilgang både til å se eleven når hun løste oppgaven og å spørre henne umiddelbart etter hun hadde svart, hvordan hun kom fram til svaret. Jeg synes derfor at jeg fikk gode indikasjoner på at det var strategien som eleven virkelig hadde brukt, som jeg registrerte på skjemaet mitt. Siegler og Jenkins (1989) hevdet at elever som svarte på spørsmål om hvordan de kom fram til svaret rett etter de hadde løst oppgaven, klarte å forklare strategibruken sin adekvat. Jeg støtter med til denne framgangsmåten og mener at jeg har godt samsvar mellom det teoretiske begrepet jeg bruker på multiplikasjonsstrategier og målingen av strategibruk i undersøkelsen.

Er elevenes resultater på matematikktesten et riktig mål på elevenes generelle matematikkferdigheter? Jeg brukte Hammervoll og Ostads (1999) basisprøver i matematikk for 4. og 7. klasse. Dette er en standardisert test som bygger på Læreplanens innhold (L-97, 1996) om hva som bør være lært på de respektive klassetrinnene. Jeg mener derfor at denne testen skal være et godt mål på de generelle matematikkferdighetene til elevene. Testforholdene til elevene var like for elevene og det virket som alle gjorde sitt beste.

Når det gjelder begrepene intelligens eller generell problemløsningsevne er disse operasjonalisert som skåreverdi på testen Raven Standard Progressive Matrices (1992). Jeg uttaler meg derfor bare om elevenes prestasjoner på denne testen i forhold til strategibruk, og kan ikke trekke slutninger om elevenes intelligens målt ved andre tester.

3.3.2 Ytre validitet

Ytre validitet sier noe om resultatenes gyldighetsområde. Kan resultatene generaliseres til andre personer, situasjoner og steder? En god ytre validitet er avhengig av utvalget, undersøkelsens gjennomføring og tidspunkt for undersøkelsen (Lund, 2002).

Er mine funn gyldige for andre 4. og 7. klassinger enn de jeg har testet? Kan utvalgene mine sies å være gode nok? Kritikken mot utvalgene mine er at det er et relativt lite antall elever med i undersøkelsen. Elevene som deltok i undersøkelsen var de som leverte svarslipp om at de ønsket å delta. Det var 25 elever fra 4. klassetrinnet og 28 elever fra 7. klassetrinnet som svarte på henvendelsen. På denne måten kan en hevde at det kanskje bare var elever som er flinke til å informere hjemmet, og som er godt organiserte, som deltok i undersøkelsen. Kanskje er dette en egenskap som preger resultatet og gjør at utvalget mitt et skjevt representert. Videre kan en tenke at elever som strever med matematikk ikke ville delta i en slik undersøkelse, slik at mangfoldet i klassene kanskje ikke er representert. Også andre forhold som undervisningsforhold og lærersituasjon kan ha påvirket resultatene i undersøkelsen min, siden utvalget er hentet fra kun to trinn fra en og samme skole. Den ytre validiteten hadde nok blitt bedre ved at jeg hadde trukket flere utvalg fra flere skoler i tillegg. Både rammen for prosjektet og tidsaspektet har vært delaktig i at dette ikke ble gjort. På den annen side kan en hevde at skolen ligger i et område som er preget av heterogent sammensatt befolkning, fra alle samfunnslag og mange nasjonaliteter. På denne måten kan det være at utvalgene mine likevel speiler en viss forskjellighet i målpopulasjonen.

Når det gjelder forhold rundt gjennomføringen av undersøkelsen, var den gjennomført samtidig som gruppetest for utvalgene når det gjaldt matematikktest og Ravens test. Testene ble også foretatt over en relativt kort tidsperiode. Testsituasjonen var lik for alle elevene. De var i kjente omgivelser og så ut til å yte sitt beste. Jeg var testleder under alle testene og samme instruksjoner ble gitt til alle elevene. Når det gjelder den individuelle testingen var det enkelte av elevene som nok følte at situasjonen var litt utrygg i starten. Det ble lagt vekt på at eleven skulle oppleve en god testsituasjon og det ble understreket at jeg var ute etter hvordan de tenkte, og ikke på hvordan de presterte. Alle elevene fant seg fort godt til rette i testsituasjonen.

Ved å sammenligne resultatene mine med andre undersøkelser som understøtter det jeg har funnet, kan jeg styrke den ytre validiteten min noe. Jeg vurderer det derimot slik at den ytre validiteten i undersøkelsen min er svak, fordi jeg har for små utvalg og utvalgene ikke er trukket fra flere skoler.

3.3.3 Statistisk validitet

Statistisk validitet sier noe om de statistiske forutsetningene for å foreta en analyse er til stede (Vedeler, 2000). God statistisk validitet er oppfylt ved statistisk signifikans og rimelig sterk tendens (Lund, 2002). Statistisk validitet er en nødvendig betingelse for de andre kvalitetskravene i validitetssystemet.

Trusler mot denne validitetstypen handler om to forhold. Den ene trusselen handler om brudd på statistiske forutsetninger, slik som normalitet, lik varianse og uavhengighet av observasjoner ved vanlig t-test for uavhengige data, som burde vært oppfylt (Lund, 2002). Dette er forhold som øker sjansen type for type I-feil; forkasting av sann nullhypotese og type II-feil; akseptering av gal nullhypotese. I undersøkelsen min har utvalgene i 4. og 7. klasse en skjev fordeling når det gjelder bruk av backup-strategier og bruk av retrival-strategier. 4. klassingene har større bruk av backup og mindre bruk av retrival enn 7. klasse. Dette gjør at fordelingene ikke blir normalfordelte. De statistiske forutsetningene brytes og den statistiske validiteten svekkes. Å ha avvik fra normalfordelingen trenger ikke å være farlig i en to-halet test, hvis gruppene er store og like i størrelsen, og at det å gjøre en type I-feil er trusselen. Her er gruppene like store, men de er små i antall og trusselen om type II-feil er til stede. Dette gjelder den andre trusselen, som handler om statistisk styrke eller ”power”. Med lav statistisk styrke øker sjansen for å gjøre type II-feil; å forkaste en sann nullhypotese. Jeg kunne eksempelvis hevde at det ikke eksisterer forskjeller i strategibruk mellom elever i 4. og 7. klasse, når det i virkeligheten er det. Statistisk styrke påvirkes blant annet av utvalgets størrelse. Styrken vil bli lavere ved mindre utvalg. I undersøkelsen min er utvalgsstørrelsene små, 4. klasseutvalget har N= 25 og

7. klasseutvalget har N= 28. Den statistiske styrken i undersøkelsen min er nok svekket på grunn av dette.

Dårlig test- eller målingsreliabilitet kan redusere statistisk styrke (Lund, 2002). Selve testsituasjonen kan være en trussel mot den statistiske validiteten. Elevene kan oppfatte situasjonen som kunstig, bli nervøse og svare slik de tror det er forventa av dem. På denne måten kan en få feilmålinger, fordi en måler noe annet en det en hadde tenkt å måle. Dette gir også utslag for begrepsvaliditeten. Testleder får på denne måten rom for å tolke svarene og målefeil kan oppstå ved at hun registrerer atferden i feil kategori. I denne undersøkelsen var jeg til stede og registrerte selv alle svarene. Det ble ikke brukt lydopptak eller videoopptak, noe som kunne ha gjort det lettere å sjekke eventuelle målefeil i ettertid.

I denne undersøkelsen har jeg funnet signifikant sammenheng mellom strategibruk og generelle matematikkferdigheter. Jeg fant ikke signifikant sammenheng mellom strategibruk og intelligens, målt som prestasjon på Ravens test. Målingsfeil gjort under testsituasjonen, lav statistisk styrke på grunn av små utvalg og brudd på forutsetningen om normalfordeling på variablene, kan ha svekket den statistiske validiteten i undersøkelsen min.

3.3.4 Reliabilitet

Reliabilitet handler om graden av målefeil i undersøkelsen. Har vi greid å redusere forekomsten av målefeil til et minimum? I hvilken grad er måleresultatene stabile og presise? (Befring, 2002). Reliabiliteten er avhengig av at feilfaktorer og subjektivt skjønn i minst mulig grad influerer på data.

Det er flere forhold som kan føre til målefeil i undersøkelsen min. Elevene kan reagere på testsituasjonen slik at svarene deres blir påvirket av dette. De kan oppleve en-til-en situasjonen med meg som truende, og bli nervøse. På denne måten kan resultatene deres gi et feilaktig bilde av det de virkelig kan prestere. Som testleder opplevde jeg at elevene fant seg godt til rette i testsituasjonen og det ble lagt vekt på positive mestringsopplevelser. Likevel er muligheten stor for at noen elever opplevde de ulike testsituasjonene som krevende og at det gikk ut over resultatene deres slik at de presterte lavere enn ellers. En mulighet for å minske påvirkningen av tilfeldige målefeil er å ha mest mulig strukturerte registreringsregler av dataene. I kartleggingen min hadde jeg fastlagte svarkategorier på registreringsskjemaet, slik at rommet for subjektiv tolkning ble mindre. I tillegg ble kartleggingen og testingen foretatt av en og samme person, slik at lik instruksjon ble gitt til alle elevene. Også her kan en tenke seg at noen elever vil svare det som de tror forventes at de skal svare og at mulige feilmålinger kan oppstå. Dette ble forsøkt motvirket ved at jeg spurte elevene hvordan de tenkte rett etter at de svarte og at jeg observerte dem nøye under løsningen av oppgaven.

Er måleresultatene stabile og presise? Hvis stabiliteten ivaretas, skal en få samme resultat hvis en gjennomfører undersøkelsen en gang til. Jeg har ikke gjennomført testene mine to ganger for å teste reliabiliteten. Når det gjelder strategikartleggingen kan en hevde at elevene kjenner til presentasjonsformen på multiplikasjonsoppgavene, slik at stabiliteten er ivaretatt. Jeg hadde også god mulighet for å følge opp eleven underveis i testingen. Når det gjelder matematikkferdighetstesten og Ravens test er disse standardiserte. Standardiserte tester er prøvd ut på et stort antall deltakere og reliabiliteten blitt bekreftet og man vet hva som er ”normale” svar. På denne måten kan en ha tillit til skalaene og sammenligne skårene til elevene med det som har blitt etablert som normen. En kan være sikker på reliabiliteten, men ikke validiteten til en slik standardisert test.

3.4 Statistisk analyse

Den statistiske analysen er gjort i SPSS, Statistical Packages for Social Sciences, versjon 11.0 (Christophersen, 2006). Dette er et dataprogram som bearbeider store datamaterialer. Jeg har brukt t-test for uavhengige grupper for å analysere forskjellene i strategibruk mellom 4. klasseutvalget og 7. klasseutvalget. Videre har jeg brukt korrelasjonsanalysen Pearsons r for å se om det er signifikante sammenhenger mellom strategibruk og generelle matematikkferdigheter, og strategibruk og intelligens, målt ved prestasjoner på Ravens test, i undersøkelsen min.

3.5 Etiske betraktninger

De forskningsetiske retningslinjene fra NESH (den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora) er tatt hensyn til i denne undersøkelsen. All informasjon om utvalget er behandlet anonymt. Alle dataopplysninger er registrert på et tilfeldig nummer. Tillatelse fra NSD er gitt om å opprette et midlertidig register over deltakerne registrert på et tilfeldig nummer (se vedlegg).

Tillatelse og godkjenning av undersøkelsen fra rektor ble innhentet før igangsettelse. Informasjonsbrev til foreldre og foresatte ble sendt ut, med klar beskjed om hva prosjektet gikk ut på. De ble grundig informert om at det var mulig å trekke seg når som helst. Foreldrene leverte skriftlig godkjennelse på at barna deres kunne delta i undersøkelsen.

4. Resultater

I undersøkelsen min ønsket jeg å finne svar på følgende spørsmål:

1) Hvilke strategier bruker elevene i 4. og 7. klasse i løsningen av multiplikasjonsoppgaver?

2) Er det noen forskjell i strategibruk mellom 4. og 7. klasse?

3) Er det noen sammenheng mellom strategibruk og elevenes prestasjoner på matematikkprøven?

4) Er det noen sammenheng mellom strategibruk og elevenes intelligens, målt ved prestasjoner på Ravens test?

Jeg vi nå ta for meg hvert av spørsmålene ovenfor og beskrive de dataene jeg samla inn i undersøkelsen min.

4.1 Hvilke strategier bruker elevene i løsningen av multiplikasjonsoppgaver?

For å gi en oversikt over bruken av strategiene, har jeg samla målingene i en oversiktstabell for hvert klassetrinn. Strategivariablene er nummerert fra 1-5 i tabellen. N= antall elever som har benytta strategien.

Tabell 1: Deskriptive data over strategiene med antall, gjennomsnitt, standardavvik, minimum- og maksimumskåre for 4. klasse.

	4.klasse					
	N					
	Valid	Missing	Mean	Std. Deviation	Minimum	Maximum
1. gjentatt addisjon	12	13	3,92	3,204	1	10
2. tallseriestrategi	16	9	3,44	2,421	1	11
3. regelstrategi	6	19	1,17	,408	1	2
4. dekomposisjon	24	1	4,13	2,050	1	8
5. direkte retrival	25	0	6,68	1,865	3	11

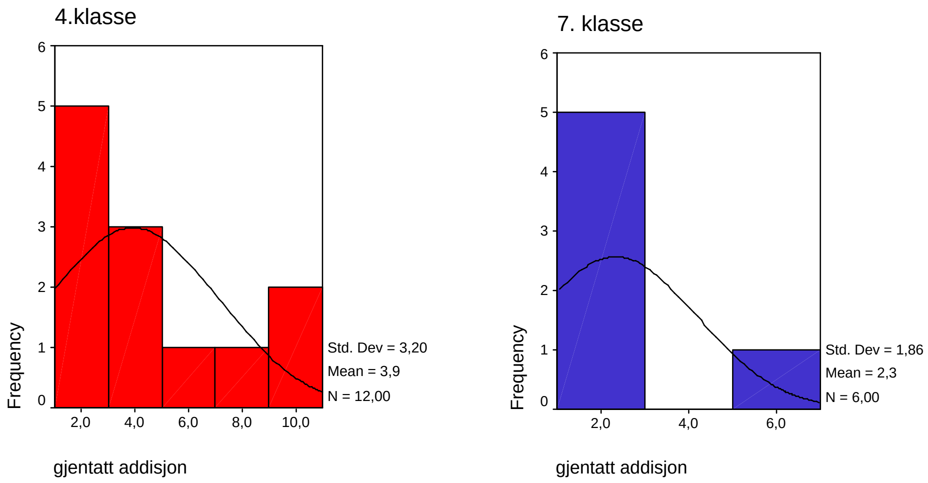
Tabell 1 viser skårer for hvor mange som benytta de ulike strategiene og ikke (N). I 4. klasse er det 25 elever som svarte på femten multiplikasjonsoppgaver. I kartleggingen ble en og en oppgave registrert med den strategien (1-5) som eleven brukte. De fleste elevene vekslet mellom tre forskjellige strategivarianter. Minimumsverdien viser den laveste verdien for hvor mange ganger strategien ble benytta. Vi ser av tabellen at enkelte elever har brukt de fire første strategiene bare en gang av de femten oppgavene. Maksimumsskåren viser den høyeste verdien for hvor mange ganger strategien ble benytta. En ser at ingen av elevene benytta noen av strategiene som eneste løsningsstrategi. Den hyppigste bruken var elleve av femten oppgaver.

Tabell 2: Deskriptive data over strategiene med antall, gjennomsnitt, standardavvik, minimum- og maksimumskåre for 7. klasse.

	7.klasse				
	N				
	Valid	Missing	Std. Deviation	Minimum	Maximum
1. gjentatt addisjon	6	22	1,862	1	6
2. tallseriestrategi	16	12	1,966	1	8
3. regelstrategi	1	27		1	1
4. dekomposisjon	18	10	1,420	1	6
5. direkte retrival	28	0	2,630	3	11

Tabell 2 viser en oversikt over strategivariablene målt i 7. klasse. Elevene i 7. klasse svarte på elleve multiplikasjonsoppgaver. I kartleggingen ble en og en oppgave registrert med den strategien (1-5) som eleven brukte. De fleste elevene (20 av 28) vekslet mellom to og tre forskjellige strategivarianter. Minimumsverdien viser det laveste antall ganger strategien ble benytta. Vi ser av tabellen at enkelte elever har brukt de fire første strategiene bare en gang av de elleve oppgavene. Maksimumsskåren viser at enkelte av elevene benytta retrival-strategien (nr.5) som eneste løsningsstrategi. Den hyppigste bruken var altså elleve av elleve oppgaver. For å se nærmere på hvilke typer strategier elevene bruker på multiplikasjonsoppgavene, vil jeg nå ta for meg hver strategitype og se hvordan den ble brukt på hvert klassetrinn.

4.1.1 Gjentatt addisjon-strategien

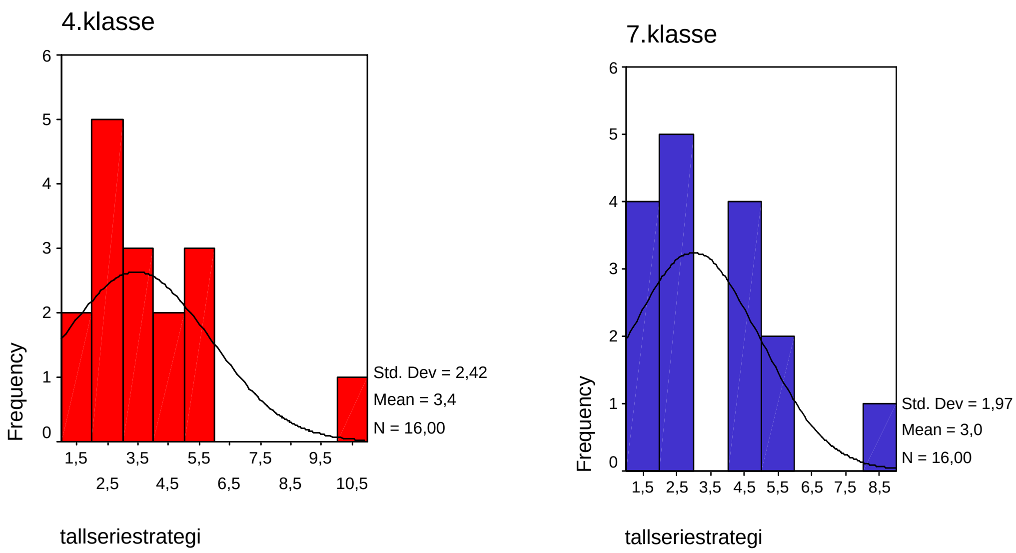


Figur 1: Fordeling av elevenes bruk av strategien gjentatt addisjon 4. og 7. klasse.

48 %, dvs. 12 av 25 elever i 4. klasse bruker strategien gjentatt addisjon. Halvparten av elevene benytter seg altså ikke av denne strategien. Av antall mulige svar på multiplikasjonsoppgavene bli denne strategien brukt i 12,5 % av dem. 8 av 12 elever bruker den 1-4 ganger. 2 av elevene bruker strategien som hovedstrategi, dvs. i 9-10 av 15 oppgaver. Korrelasjonsanalyse viser at gjentatt addisjon korrelerer negativt med dekomposisjon, med en koeffisient =r -.688 på .05 nivå med tohalet test.

I 7.klasse er det bare 6 av 28 elever som benytter seg av denne strategien. 5 elever bruker den bare 1-3 av 11 ganger. En elev bruker strategien 6 av 11 ganger. Strategien blir altså bare brukt i 4,5 % av tilfellene. Det ser ut som det har skjedd en utvikling fra 4. til 7. klasse, ved at færre av de eldste elevene bruker denne strategien, som er den mest primitive av strategiene. Den brukes av dobbelt så mange 4. klassinger som 7. klassinger. De av de eldste elevene som bruker strategien synes også å bruke den færre ganger.

4.1.2 Tallserie-strategien

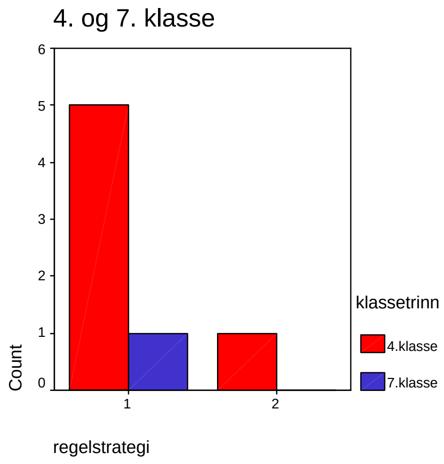


Figur 2: Fordeling av elevenes bruk av strategien tallserie

Når det gjelder tallserie-strategien ser vi at totalt 16 av 25 elever (64,5 %) i 4. klasse bruker denne i oppgaveløsningen. Den blir brukt i 14,6 % av oppgavene. 10 av disse elevene bruker strategien 1-3 ganger, 5 elever bruker den 4-5 ganger. Mens en elev bruker strategien i hele 11 av 15 oppgaver. Korrelasjonsanalyse viser at tallserie korrelerer negativt med dekomposisjon, med en koeffisient =r -.584 på .05 nivå med tohalet test.

Også i 7. klasse er det mange som har benytta denne strategien. 57,1 % av elevene dvs. 16 elever har benytta denne framgangsmåten i oppgaveløsninga. Den blir brukt i 15,6 % av oppgavene. 9 elever bruker den 1-3 ganger, 6 elever 4-5 ganger, mens en elev bruker den i hele 8 av 11 oppgaver. Det er altså noen flere 4. klassinger enn 7. klassinger som bruker denne strategien. Bruken av tallserie-strategien er likevel prega av likhet for de to trinna.

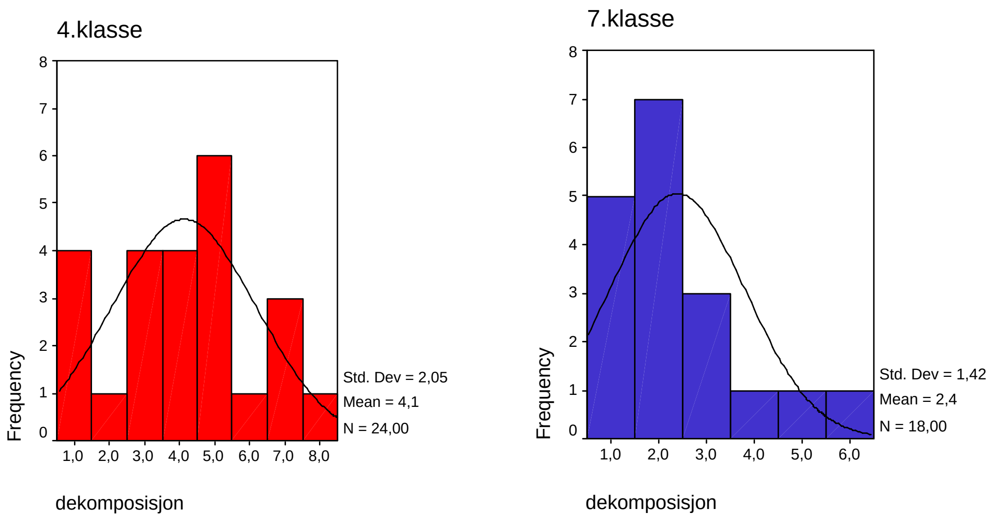
4.1.3 Regelstrategien



Figur 3: Fordeling av elevenes bruk av regelstrategi

Regelstrategien er den strategien som blir minst brukt i oppgaveløsningen i begge klassene. Bare 24 %, dvs. 6 elever i 4.klasse benytter seg av denne. Av 15 oppgaver brukte disse elevene denne strategien i 1-2 oppgaver. Kun en elev i 7. klasse brukte denne strategien i løsningen av èn oppgave.

4.1.4 Dekomposisjon-strategien



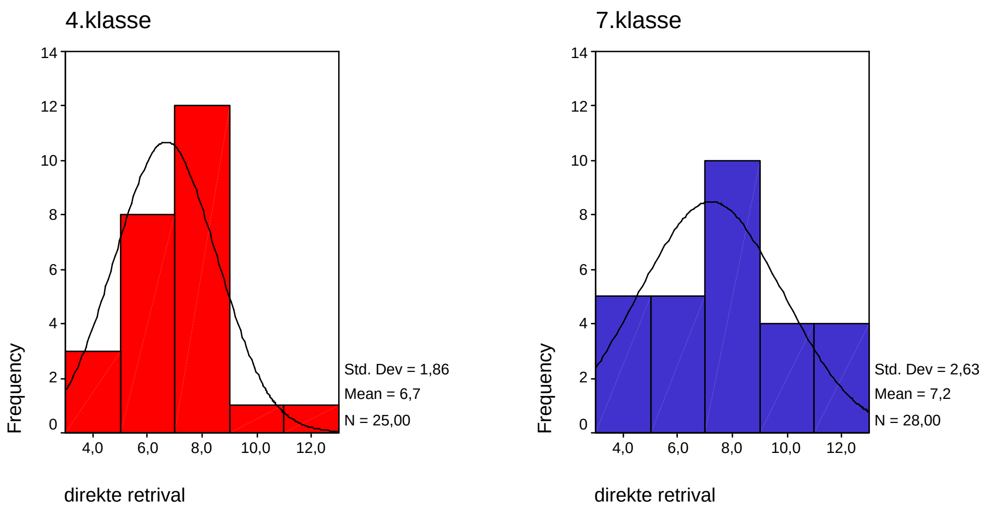
Figur 4: Fordeling av elevenes bruk av dekomposisjon-strategien

96 % av elevene i 4. klasse brukte dekomposisjon som en av strategiene i oppgaveløsningen. Det var altså bare en elev i 4. klasse som ikke brukte denne

strategien. Det er den nest mest brukte strategien blant de yngste elevene. Den ble brukt i 26,4 % av løsningsforslagene. 19 elever bruker den inntil 5 ganger av 15 mulige. 5 elever bruker den 6-8 ganger. Korrelasjonsanalyse viser at dekomposisjon korrelerer negativt med gjentatt addisjon med en koeffisient =r -.688 og tallserie-strategien med en koeffisient =r -.584, begge på .05 nivå med tohalet test.

64,3 % av 7. klassingene bruker dekomposisjon-strategien. Av antall mulige svar blir strategien brukt i 14 % av tilfellene. 15 av 18 elever bruker den bare 1-3 ganger, mens 3 elever bruker den 4-6 av 11 ganger. Vi ser altså en tendens til at selv om det er mange av de eldste som bruker denne strategien, bruker de fleste av dem strategien få ganger.

4.1.5 Direkte retrival-strategien



Figur 5: Fordeling av elevenes bruk av retrival-strategien

Her ser vi at alle elevene på begge klassetrinn benytter seg av denne strategien. Vi ser av gjennomsnittsverdiene at dette er den mest brukte strategien på begge trinn. Gjennomsnittlig bruk for de yngste elevene er 6,7 ganger, mens for de eldste er den på 7,2 ganger. Retrival-strategien blir brukt i 44,5 % av alle oppgavesvarene i 4. klasseutvalget og i 65,5 % av svarene for 7. klasseutvalget.

I 4. klasse er det ingen som benytter seg av denne strategien som eneste strategi i alle

15 oppgavene. 8 elever bruker den i 8 av 15 oppgaver. 2 elever bruker den i henholdsvis 9 og 11 av 15 ganger. Korrelasjonsanalyse viser at retrival korrelerer negativt med tallserie-strategien med en koeffisient =r -.648 på .01 nivå med tohalet test, og dekomposisjon, med en koeffisient =r .422 på .05 nivå med tohalet test.

I 7. klasse er det 4 elever som bruker denne strategien som eneste strategi i oppgaveløsningen. Det er videre 4 elever som bruker den i 10 av 11 oppgaver og 5 elever bruker den i 8 av 11 oppgaver. Vi kan altså si at 46,4 % av 7. klassingene bruker denne strategien som hovedstrategi. Korrelasjonsanalyse viser at retrival korrelerer negativt med tallserie, med en koeffisient =r -.617, og med dekomposisjon, med en koeffisient =r -.587, begge på .05 nivå med tohalet test.

4.2 Er det noen forskjeller i strategibruk mellom 4. og 7. klasse?

Karakteristiske trekk ved elever med normal utvikling er at de disponerer et rikt register av flere strategier som de varierer mellom oppgaveløsningen. Etter hvert som eleven blir eldre dannes nye strategier. Gamle strategier forlates til fordel for nye og kunnskapen om strategier blir således bedre. Strategibruken blir mer fleksibel og hensiktsmessig. Derfor vil det være normalt at det eksisterer forskjeller i strategibruken mellom 4. og 7. klassinger.

Som beskrevet i pkt. 4.1 ovenfor, var det ulik bruk av strategitypene i de to utvalgene mine. Vi såg at det var dobbelt så mange 4. klassinger som 7. klassinger som brukte gjentatt addisjon som strategi. Hos de yngste ble strategien brukt i 12,5 % av oppgavesvarene, mot 4,5 % hos de eldste. Det kan se ut som 7. klassingene har hatt en utvikling bort fra den mest primitive strategien.

Når det gjelder tallserie-strategien er bildet et litt annet. Her er det likhet i bruken av strategien som preger de to utvalga. I 4. klasseutvalget brukes den i 14,6 % av oppgavesvarene, og i 15,6 % av svarene blant 7. klassingene. Kan det se ut som de eldste elevene har blitt hengende igjen i utviklinga?

Dekomposisjon-strategien brukes i 26,4 % av oppgavesvarene i 4. klasseutvalget og i 14 % av svarene i 7. klasseutvalget. Også her ser vi at de eldste bruker denne strategien i mindre utstrekning og at det er et mulig tegn på at de beveger seg til en mer avansert type strategi.

Retrival-strategien er den mest brukte strategien for begge utvalga. I 4. klasseutvalget brukes den i 44,5 % av alle oppgavesvarene, mens i 7. klasseutvalget brukes den i 66,1 %.

For å forenkle framstillingen har jeg i tabell 3 slått sammen de fire første strategitypene, gjentatt addisjon, tallserie-strategien, regel-strategien og dekomposisjon-strategien til en strategi, og kalt den for backup-strategier. Det som kjennetegner denne strategitypen er at svarene ikke er automatisert og at eleven bruker ulike framgangsmåter for å komme fram til svaret. Den andre strategitypen kalles direkte retrival og kjennetegnes ved at elevene har automatisert svaret og henter det direkte ut av langtidsminnet. Jeg tar først for meg bruken av back-up strategier og ser om det eksisterer signifikante forskjeller mellom klassetrinnene. Deretter ser jeg på retrivalbruken for de samme utvalgene og vurderer også her signifikansen. Tallene blir presentert prosentvis, fordi utvalgene har besvart ulikt antall oppgaver, henholdsvis 15 oppgaver i 4. klasse og 11 oppgaver i 7.klasse.

4.2.1 Backup-strategier

Tabell 3: Sammenligning av prosentvis bruk, backup-strategier i 4. og 7. klasse

	klassetrinn	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
backup-prosent	4.klasse	25	55,452	12,3733	2,4747
	7.klasse	28	34,404	23,9067	4,5179

Gjennomsnittlig prosentvis bruk av back-up strategi for 4. klassingene er 55,4 %, mens for 7. klassingene ligger bruken på 34,4 %. Ved t-test for uavhengige utvalg finner jeg at forskjellen i bruk av backup-strategier mellom de to utvalgene er signifikante ved 0.5 nivå.

4.2.2 Direkte retrival-strategier

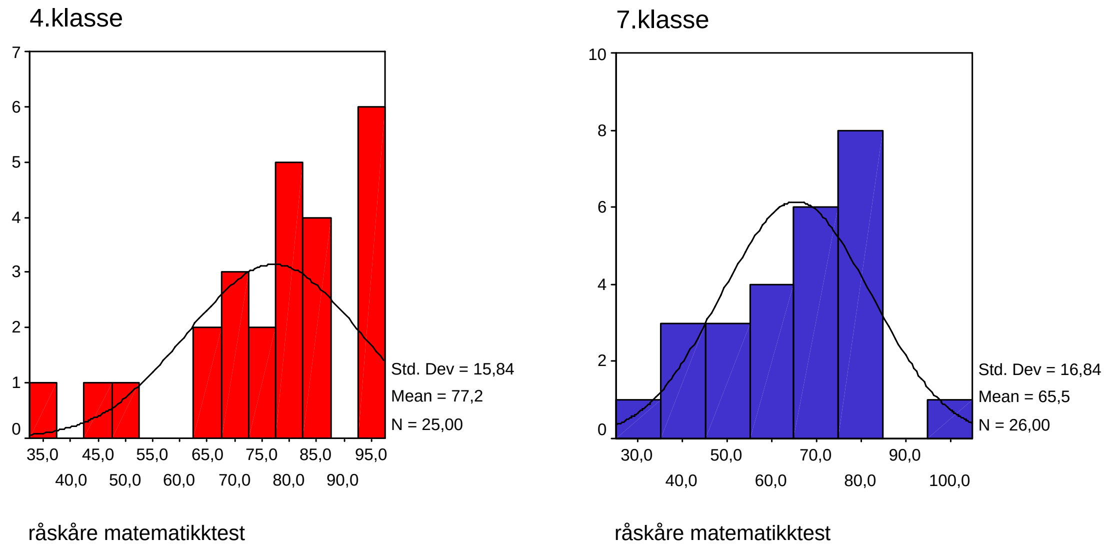
Tabell 4: Sammenligning av prosentvis bruk, retrival-strategier 4. og 7. klasse

	klassetrinn	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
retrival-prosent	4.klasse	25	43,996	12,1654	2,4331
	7.klasse	28	65,600	23,9050	4,5176

I 4. klasse løser gjennomsnittlig elevene i utvalget ca 44 % av oppgavene med retrival-strategier. Tilsvarende verdi for 7. klasse er 65,6 %. Ved t-test for uavhengige utvalg finner jeg at forskjellen i bruk av direkte retrival-strategier mellom de to utvalgene signifikante ved 0.5 nivå.

4.3 Er det noen sammenheng mellom strategibruk og generell matematikkferdighet?

Elevene i de to utvalgene mine ble testet med Hammervoll og Ostads prøveserie Basiskunnskaper i matematikk (1999). Dette er en normert prøve. Det vil si at den er prøvd ut på et stort antall elever, og det er laget normtabeller slik at en kan se hvordan resultatene for elevene faller ut sammenliknet med et større antall elever. Totalskåren på denne testen er lagt til grunn som mål for generell matematikkferdighet i utvalgene mine. Figur 6 gir et bilde av hvordan elevene presterte på denne testen i de to utvalgene.



Figur 6: Histogram over elevenes råskårer på matematikktesten, 4. og 7. klasse.

Elevene i 4. klasse hadde en gjennomsnittsskåre på 77,2 poeng. Lavest skåre ligger 41,2 poeng under gjennomsnittet, mens høyeste skåre ligger nesten 20 poeng over gjennomsnittet. 15 elever presterer over gjennomsnittet og hele 6 elever får en skåre på 93-97 poeng. Tre elever skiller seg ut ved å oppnå vesentlig lavere poeng enn de andre, på hhv 36, 47 og 50 poeng. Gjennomsnittsskåren i den normerte prøven er for dette alderstrinnet 79,2 poeng totalt. For utvalget mitt i 7. klasse ligger gjennomsnittsskåren for matematikktesten på 65,5 poeng. Laveste skåre her er på 33 poeng, altså 32,5 poeng under gjennomsnittet. Høyeste skåre er 102,5 poeng og det er kun en person som oppnådde dette. Gjennomsnittsskåren for den normerte prøven på dette alderstrinnet er 69,4 poeng totalt, så vi ser at utvalget mitt ligger under dette. Ved normeringen av denne prøven ble råskårene delt i en femdelt skala, med fem prøveklasser, etter samla poengsum. Inndelingen følger den såkalte ”stanine”-skalaen (standard nine-skalaen). Etter denne skalaen uttrykkes resultatene med tall fra 1 til 9, der 9 er det beste og 1 er det svakeste resultatet. Her inkluderer prøveklasse 1 stanine-skåre 1 og 2, og prøveklasse 5 inkluderer stanineskåre 8 og 9. Prøveklasse 3 står for et middels godt resultat.

Tabell 5: Tabell for normering av prøveklassene, samlet poengsum.

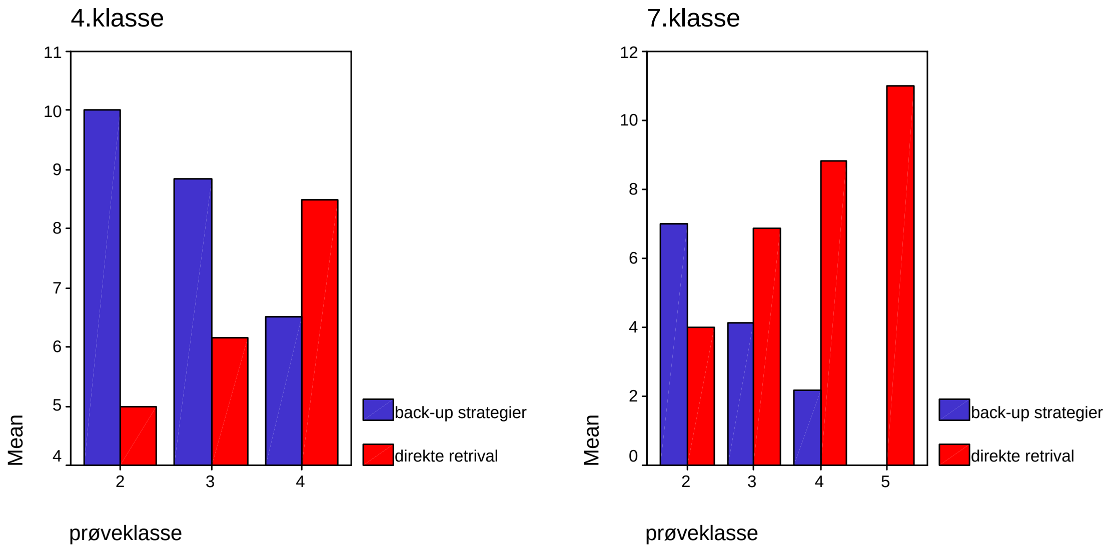
	Prøveklasse 1 Langt under middels	Prøveklasse 2 Noe under middels	Prøveklasse 3 Middels	Prøveklasse 4 Noe over middels	Prøveklasse 5 Langt over middels
4. klasse	0-31	32-43	44-85	86-105	106-116
7.klasse	0-28	29-37	38-78	79-95	96-105

Jeg velger å dele utvalgene mine inn i grupper etter hvor mange poeng de fikk på testen, slik at de havner i hver sin prøveklasse. Dette gjør jeg fordi jeg da kan sammenligne strategibruken i de ulike prøveklassene, mellom klassetrinnene og samtidig gi et bilde av hvordan utvalget står i forhold til et større antall elever. Det gir meg følgende grupper i de to utvalgene.

Tabell 6: Oversikt over antall elever fra hver klasse i hver prøveklasse.

	Prøveklasse 1 Langt under middels	Prøveklasse 2 Noe under middels	Prøveklasse 3 Middels	Prøveklasse 4 Noe over middels	Prøveklasse 5 Langt over middels
Antall elever i 4. klasse	0	1	18	6	0
Antall elever i 7.klasse	0	2	17	6	1

Vi ser at det er ingen elever fra de to klassetrinnene som havner i prøveklasse 1. I 4. klasseutvalget er det heller ingen elever i prøveklasse 5. For å forenkle framstillingen, har jeg i figur 7 slått sammen de fire første strategitypene, gjentatt addisjon, tallserie-strategien, regel-strategien og dekomposisjon-strategien til en strategi og kalt den for backup-strategier. Det som kjennetegner denne strategitypen er at svarene ikke er automatisert og at eleven bruker ulike framgangsmåter for å komme fram til svaret. Den andre strategitypen kalles direkte retrival og kjennetegnes ved at elevene har automatisert svaret og henter det direkte ut av langtidsminnet. Figur 7 viser hvordan elevene i de ulike prøveklassene bruker de to strategitypene.



Figur 7: Bruk av strategityper i de ulike prøveklassene.

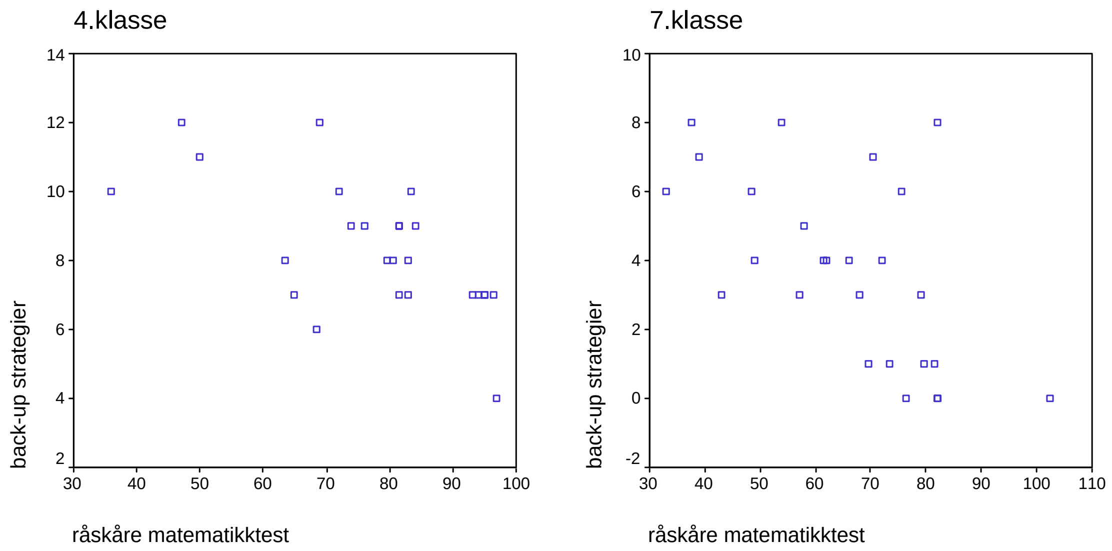
I 4. klasse ser vi at i prøveklasse 2, som presterer lavest på matematikktesten i dette utvalget, også har den høyeste andelen bruk av backup-strategier. I denne gruppa er det bare en elev, og denne eleven bruker backup-strategien i 2/3 av oppgavene hun løser. I gruppa som presterer middels, altså prøveklasse 3, er det 18 elever. Disse løser 59 % av oppgavene ved hjelp av backup-strategier og 41 % ved hjelp av direkte retrival-strategier. Prøveklasse 4-elevene bruker gjennomsnittlig 43,3 % backup-strategier og 56,6 % retrival-stategier i oppgaveløsningen. I 7. klasse-utvalget er det 2 elever som befinner seg i prøveklasse 2. De bruker backup-strategier i 63,6 % av oppgavene og retrival i 36,4 %. I prøveklasse 3 befinner det seg 17 elever. Disse bruker 37,5 % backup-strategier, mens 62,5 % av oppgavene blir løst ved hjelp av retrival-strategier. 6 elever befinner seg i prøveklasse 4. 19,7 % av oppgavene løses her ved backup-strategi, og 62,5 % ved retrival-strategi. I den siste gruppa, prøveklasse 5, er det bare en elev, og denne eleven har brukt retrival-strategi på alle oppgavene.

Tabell 7: Prosentvis strategibruk i de ulike prøveklassene, 4. og 7. klasse.

Klassetrinn	Prøveklasse	Back-up	Direkte retrival
4. klasse	Prøveklasse 2 (1 elev)	66,7 % (10 av 15 oppg)	33,3 % (5 av 15 oppg)
	Prøveklasse 3 (18 elever)	59 % (8,83 av 15 oppg)	41 % (6,17 av 15 oppg)
	Prøveklasse 4 (6 elever)	43,3 % (6,5 av 15 oppg)	56,6 % (8,5 av 15 oppg)
	Totalt	55,5 % (8,32 av 15 oppg)	44,5 % (6,68 av 15 oppg)
7.klasse	Prøveklasse 2 (2 elever)	63,6 % (7 av 11 oppg)	36,4 % (4 av 11 oppg)
	Prøveklasse 3 (17 elever)	37,5 % (4,12 av 11 oppg)	62,5 % (6,88 av 11 oppg)
	Prøveklasse 4 (6 elever)	19,7 % (2,17 av 11 oppg)	80,3 % (8,83 av 11 oppg)
	Prøveklasse 5 (1 elev)	0	100 % (11 av 11 oppg)
	Totalt	33,9 % (3,73 av 11 oppg)	66,1 % (7,27 av 11 oppg)

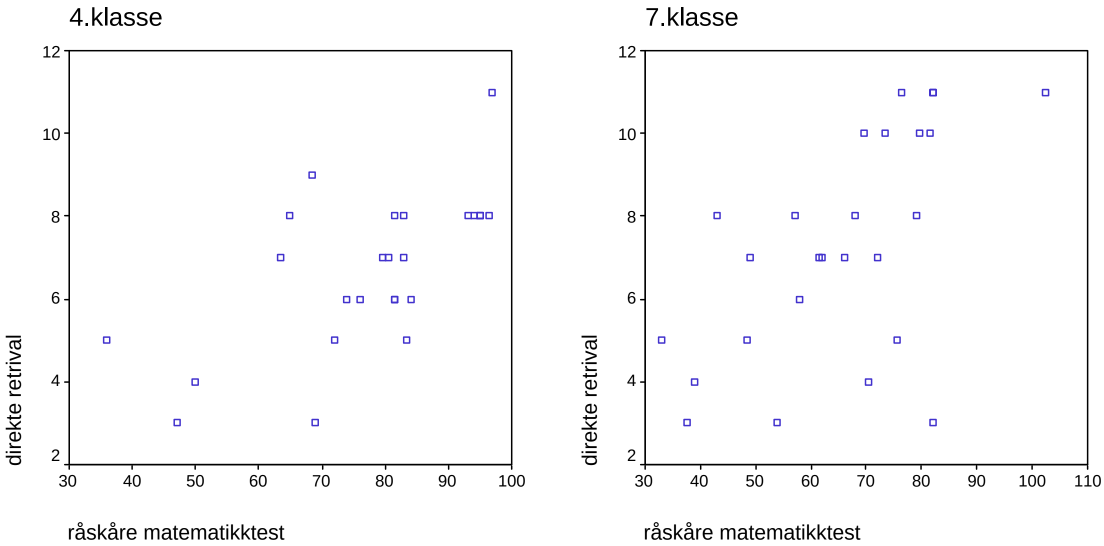
Tabell 7 viser en oversikt over prosentvis hvor stor del av oppgavene som er løst ved hjelp av de to strategitypene. Tallet er oppgitt i prosent fordi de to utvalgene ble prøvd i et ulikt antall oppgaver. Hvis vi ser på tendensen innad i utvalgene, ser vi at laveste prøveklasse har størst bruk av backup-strategier. Når en beveger seg opp i prøveklassene, altså at matematikkferdighetene blir bedre, minker bruken av backup-strategier, samtidig som bruken av retrival-strategier øker. Dette gjelder for begge utvalgene. Ved sammenligning mellom de ulike prøveklassene i de to utvalgene, ser vi også en klar tendens. Ved prøveklasse 3 ser vi at i 4. klasse er det ca 60 % bruk av backup- og ca 40 % retrival-strategier. I 7. klasse er bruken omtrent omvendt. En ser altså at økning i alder gir reduksjon i bruk av backup-strategier og en økning i bruk av retrival, jo høyere opp i prøveklassene en kommer. Dette ser vi også i prøveklasse 4, der 4. klassingene bruker 43,3 % backup og 56,6 % retrival, mens en i 7. klasse ser en reduksjon til 19,7 % backup- og en stigning til 80,3 % retrival-strategier. Totalt 55,5 % av oppgavene i 4. klasse blir løst ved hjelp av backup, mens i 7. klasse er tallet 33,9 % av oppgavene. For å beskrive forholdet mellom variablene backup- og retrival-strategier og resultatene på matematikktesten med et statistisk mål, bruker jeg korrelasjonskoeffisienten Pearson r. Korrelasjonsanalysen mellom variablene matematikkferdigheter (antall poeng matematikktest) og backup-strategier for 4. klasse, viser en negativ signifikant korrelasjon på .01 nivå ved tosidig test, med en korrelasjonskoeffisient =r -.637. Hvis en ser nærmere på hvilke backup-strategier som korrelerer med matematikktesten, ser en at dette er gjentatt addisjon med r= -.625 på .05 nivå med tohalet test. Dekomposisjon har en korrelasjonskoeffisient =r .511 på .05 nivå med tohalet test.

For 7. klasse viser korrelasjonen mellom variablene matematikkferdigheter (antall poeng matematikktest) og backup-strategier en negativ signifikant korrelasjon på .01 nivå ved tosidig test, med en korrelasjonskoeffisient =r -.598.



Figur 8: Korrelasjonen mellom back-up strategier og råskåren på matematikktesten.

I figur 8 ser vi hvordan elevenes resultater samler seg med en negativ lineær retning. X-aksen representerer oppnådde totalsum på matematikktesten. Vi ser at høy poengsum på matematikktesten korrelerer med lav bruk av backup-strategier. Videre vil elever med lav prestasjon på matematikktesten, ha høyere andel bruk av backup-strategier.

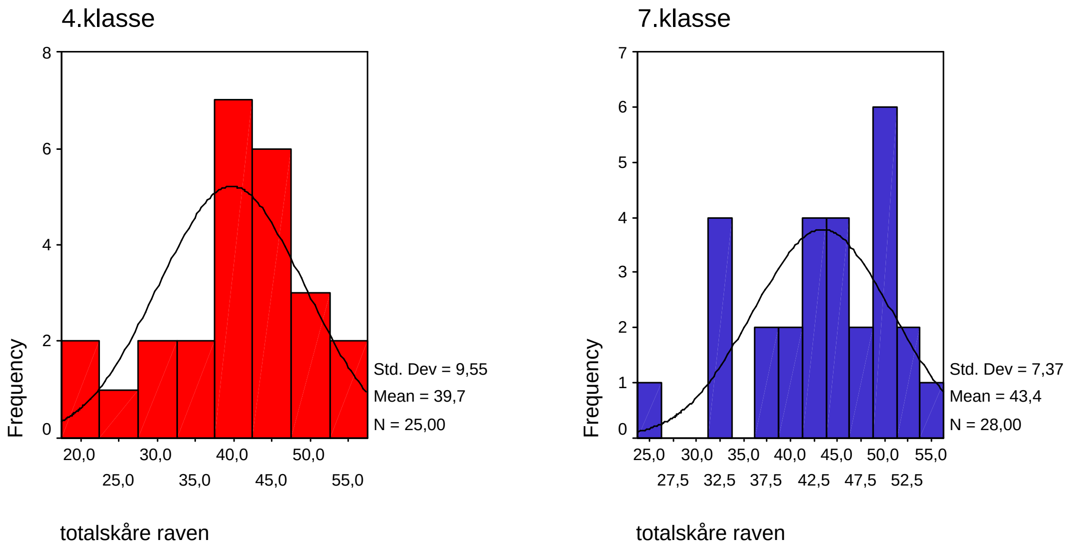


Figur 9: Korrelasjonen mellom retrivalstrategier og råskåren på matematikktesten.

I figur 9 ser vi hvordan elevenes resultater på matematikktesten og bruk av retrivalstrategier samler seg i en positiv lineær retning. Korrelasjonsanalysen mellom variablene matematikkferdigheter (antall oppnådd totalpoeng) og retrivalstrategier for 4. klasse, viser en signifikant korrelasjon på .01 nivå ved tosidig test, med en korrelasjonskoeffisient på .637. For 7. klasse viser korrelasjonen en signifikant korrelasjon på .01 nivå ved tosidig test, med en korrelasjonskoeffisient på .598. Elever med høy skåre på matematikktesten synes også å ha høy bruk av retrivalstrategier. Tilsvarende vil elever med lavere skåre på matematikktesten også ha lavere andel bruk av retrivalstrategier.

4.4 Er det noen sammenheng mellom strategibruk og hvordan elevene presterer på Ravens test?

Elevene i de to utvalga ble testet med Ravens Progressive Matrices (1992). Skårene på denne testen legges til grunn som mål på elevenes generelle kognitive evner. Skårene for elevene i 4. klasse fordeler seg mellom minste poengskåre på 20 poeng til høyeste skåre på 53 poeng. Gjennomsnittsskåren for 4. klasseutvalget ligger på 39,7 poeng. Gjennomsnittsverdien for råskåren til elever som er 9 ½ år ligger i følge den normerte skåren på 36 poeng (Raven, 1992). Vi ser altså at dette utvalget ligger godt over gjennomsnittet sammenlignet med aldersgruppa forøvrig.



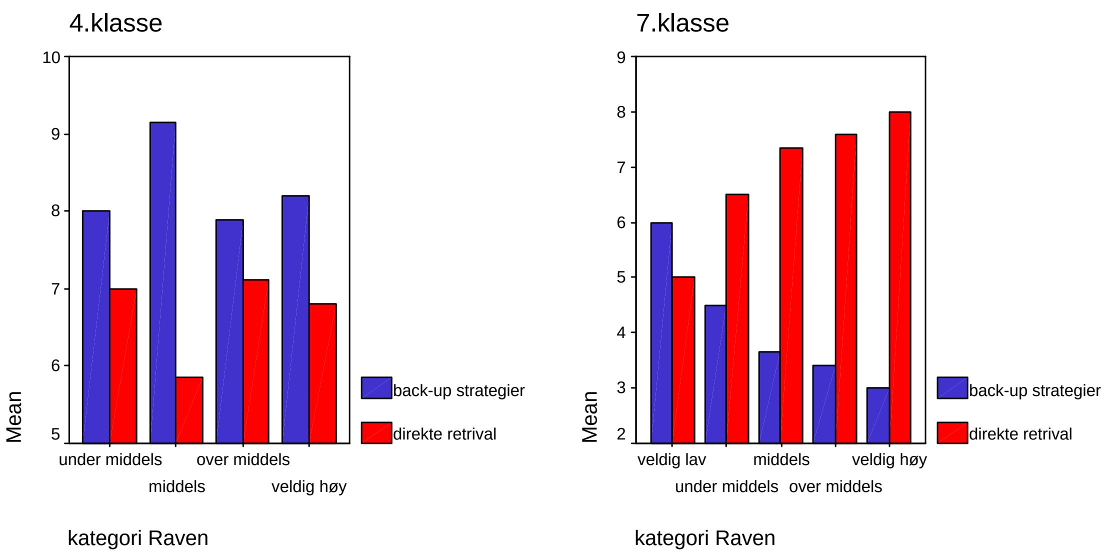
Figur 10: Histogram over elevenes råskårer på Ravens test, 4. og 7. klasse.

For 7. klasse er minimumsskåren 26 poeng, mens høyeste skåre ligger på 54 poeng. I figur 10 kommer det fram at det er en elev som skårer lavt på testen i 7. klasseutvalget. Denne skåren påvirker nok gjennomsnittsskåren på grunn av det lave antallet deltakere i utvalget. Gjennomsnittsskåren for utvalget er på 43,4 poeng. Gjennomsnittsverdien for råskåren til elever som er 12 ½ år ligger i følge den normerte skåren på 42 poeng (Raven, 1992). Vi ser altså at dette utvalget ligger over gjennomsnittet når det gjelder resultatene på Ravens test i forhold til andre elever på 12 ½ år. For å forenkle framstillinga, har jeg delt inn elevene i kategorier etter hvordan de skårer på Ravens test. Inndelinga mi faller sammen med den normerte inndelinga der elevene blir plassert i ulike ”Grade” etter hvordan de skårer i forhold til aldersgruppa si. Tabell 8 viser en oversikt over kategoriinndelingene og antall elever som fordeler seg i de ulike kategoriene.

Tabell 8: Oversikt over Raven-kategorier og antall elever i hver kategori.

Ravens inndeling:	Grade 1, på/over 95-persentilen	Grade 2, på/over 75-persentilen	Grade 3, mellom 25-75-persentilene	Grade 4, på/under 25-persentilen	Grade 5, Under 5-persentilen
Mine kategorier:	Veldig høy	Over middels	Middels	Under middels	Veldig lav
Antall elever i 4.kl.utvalget:	5	9	7	4	0
Antall elever i 7.kl.utvalget:	2	10	9	6	1

For å se nærmere på hvilke strategityper elevene i de ulike Raven-kategoriene bruker, har jeg laget figur 11.



Figur 11: Bruk av strategityper i de ulike Raven-kategoriene, 4. og 7. klasse.

I 4. klasseutvalget er det ingen elever i kategorien ”veldig lav” på Ravens test. 4 elever befinner seg i kategorien ”under middels” og de bruker nesten like mange backup- som retrival-strategier i oppgaveløsningen. I ”middels”-kategorien er det 7 elever og her ser vi den største forskjellen i strategibruk av alle kategoriene i 4. klasseutvalget. 60,9 % av oppgavene løses med backup, mens 39,1 % løses ved hjelp av retrival-strategier. I de to neste kategoriene, ”over middels” og ”veldig høy”, er det ikke stor forskjell i bruk av strategiene. Vi ser at det er en tendens i alle kategoriene i 4. klasseutvalget til å bruke flere backup- enn retrivalstratgier.

I 7. klasseutvalget er det kun en elev i ”veldig lav”-kategorien. Denne eleven bruker 6 backup-strategier og 5 retrival-strategier i oppgaveløsninga. I kategorien ”under middels” finner vi 6 elever. De bruker gjennomsnittlig 40,9 % backup-strategier og

59,1 % retrival-strategier. Av disse elevene er det en som *bare* bruker retrivalstrategier i oppgaveløsninga. I ”middels”-, ”over middels”- og ”veldig høy”-kategoriene viser forskjellen i bruk av strategier seg bedre. Her ligger gjennomsnittsbruken av backup-strategier på ca 30 % for de tre kategoriene. Bruken av retrival økte fra 66,6 % til 72,7 % i de samme kategoriene.

Tabell 9: Prosentvis strategibruk i de ulike Raven-kategoriene, 4. og 7. klasse.

Klassetrinn	Ravenkategori	Backup-strategier	Retrival-strategier
4. klasse	Veldig lav (ingen elever)		
	Under middels (4 elever)	53,3 % (8 av 15 oppg)	46,7 % (7 av 15 oppg)
	Middels (7 elever)	60,9 % (9,14 av 15 oppg)	39,1 % (5,86 av 15 oppg)
	Over middels (9 elever)	52,6 % (7,89 av 15 oppg)	47,4 % (7,11 av 15 oppg)
	Veldig høy (5 elever)	54,7 % (8,2 av 15 oppg)	45,3 % (6,8 av 15 oppg)
	Totalt	55,5 % (8,32 av 15 oppg)	44,5 % (6,68 av 15 oppg)
7. klasse	Veldig lav (1 elev)	54,5 % (6 av 11 oppg)	45, 5% (5 av 11 oppg)
	Under middels (6 elever)	40,9 % (4,5 av 11 oppg)	59,1 % (6,5 av 11 oppg)
	Middels (9 elever)	33,4 % (3,67 av 11 oppg)	66,6 % (7,33 av 11 oppg)
	Over middels (10 elever)	30,9 % (3,4 av 11 oppg)	69,1 % (7,6 av 11 oppg)
	Veldig høy (2 elever)	27,3 % (3 av 11 oppg)	72,7 % (8 av 11 oppg)
	Totalt	34,5 % (3,79 av 11 oppg)	65,5 % (7,21 av 11 oppg)

I 4. klasseutvalget brukes backup-strategiene hyppigere enn retrival-strategiene i alle kategoriene. Fordelingen mellom backup og retrival innad i kategoriene er ganske lik når en ser på de ulike kategoriene. Det er bare ”middels”-gruppa som skiller seg ut med en høyere bruk av backup- og en lavere bruk av retrival-strategier, enn de andre kategoriene. Hvordan en presterer på Ravens test synes altså ikke å ha noen betydning for hvilke strategier en bruker i løsningen av multiplikasjonsoppgaver for dette 4. klasseutvalget. Når det gjelder 7. klasse er bildet litt annerledes. Her brukes flere retrival-strategier enn backup-strategier i alle kategoriene. Bruken av backup-strategier synes å minke med økende poengskåre på Ravens test. Likens ser en at bruken av retrival ser ut til å øke ved økende poengskåre på Ravens test. Tendensen for dette 7.klasseutvalget er altså at jo bedre en skårer på Ravens test, jo større tilbøyelighet har en til å bruke flere retrival-strategier enn backup-strategier.

Korrelasjonsanalysen mellom variablene skåre på Ravens test (antall totalpoeng) og backup-strategier for 4. og 7. klasse, viser en ikke signifikant korrelasjon ved tosidig test. Korrelasjonsanalysen mellom variablene skåre på Ravens test (antall totalpoeng) og retrival-strategier for 4. og 7. klasse, viser en ikke signifikant korrelasjon ved tosidig test.

5. Drøfting av egne resultater

I dette kapittelet vil jeg drøfte de resultatene jeg fant i kartleggingen min. Jeg tar utgangspunkt i de fire forskningsspørsmålene mine, og knytter disse sammen med teorien som ble presentert i teoridelen, og annen forskning som er gjort på området. De to første forskningsspørsmålene mine blir slått sammen.

I pkt. 5.1 spør jeg hvilke strategier elevene i 4. og 7. klasse bruker i løsningen av multiplikasjonsoppgaver? Er det noen forskjell i strategibruk mellom 4. og 7. klasse?

I pkt. 5.2 ser jeg på sammenhengene mellom strategibruk og elevenes prestasjoner på matematikkprøven?

Til slutt i pkt. 5.3 ser jeg på om det er noen sammenheng mellom strategibruk og elevenes intelligens, målt ved prestasjoner på Ravens test?

5.1 Hvilke strategier bruker elevene i 4. og 7. klasse i løsningen av multiplikasjonsoppgaver? Er det noen forskjeller i strategibruk mellom 4. og 7. klasse?

5.1.1 Oppsummering av strategi-bruken blant 4. klasseutvalget.

I 4. klasseutvalget brukte alle elevene backup-strategier i større eller mindre grad i løsningen av multiplikasjonsoppgavene. Gjennomsnittsbruken av backup-strategier i 4. klasse er 8,3 av 15 ganger. Backup-strategier ble brukt i 55,5 % av oppgavesvarene deres. Det ble vekslet mellom gjennomsnittlig 3,3 av 5 strategityper i dette utvalget. Retrivalstrategi brukes i 44,5 % av oppgavene som løses i 4. klasseutvalget. Alle elevene bruker strategien fra 3 til 11 ganger. Gjennomsnittsbruken ligger på 6,7 ganger. Det er altså ingen elever som har automatisert hele multiplikasjonstabellen ennå. Vi ser at elevene veksler mellom bruk av backup- og retrival-strategier, men at backup-strategiene fortsatt spiller en sentral rolle i oppgaveløsningen blant 4. klassingene. Det er det andre året at elevene har undervisning i multiplikasjon, og automatisk innlæring av tabellen har kanskje ikke vært vektlagt så langt.

5.1.2 Oppsummering av strategibruken blant 7. klasseutvalget.

I 7. klasseutvalget brukte elevene backup-strategier i 34,5 % av oppgavesvarene. Det er 4 elever i dette utvalget som aldri bruker backup-strategier og det er ingen elever med høy bruk av disse strategiene, dvs. ingen bruker dem i 8-11 av 11 ganger. Gjennomsnittsbruken av backup-strategier for 7. klasse er 3,79 av 11 ganger. Retrival-strategier er brukt på 65,5 % av oppgavesvarene i 7. klasse. Gjennomsnittsbruken for elevene er 7,21 av 11 oppgaver. 4 elever bruker strategien som eneste strategi på alle oppgavene. Hele 46,5 % av 7. klassingene bruker denne strategien som hovedstrategi, dvs. i 8-11 ganger. Vi ser altså at tendensen er at elevene får mer automatisert kunnskap om multiplikasjonstabellen, men det er fortsatt bare 4 elever som kan hele tabellen utenat. Elevene må fortsatt støtte seg til backup-strategier ved en tredjedel av oppgavene. Dette funnet støttes av tidligere undersøkelser. Ved MUM-prosjektet (1999) fant Ostad at elevene fortsatt brukte backup-strategier ved løsningen av enkle subtraksjonsoppgaver i 58,2 % av tilfellene mens de gikk i 7. klasse. Siegler og Lemaire (1995) fant i sin undersøkelse at bruken av retrival-strategier økte i takt med at multiplikasjonsferdighetene økte. Elevenes kunnskapsmengde om multiplikasjonsstrategier blir større og de kan tilpasse bruken av strategiene bedre. 7. klassingene kan således forventes å prestere bedre med hensyn til automatiserte strategier. I undersøkelsen min ser vi at flere 7. klassinger bruker retrival enn i 4. klasse, men forskjellen mellom trinnene er ikke signifikant.

5.1.3 Hvilke backup-strategier var det elevene brukte?

I følge Ostads MUM-prosjekt (1999) utvikler backup-strategiene seg fra enkle telle-alt strategier, til mer avanserte telle-videre varianter når det gjelder addisjon- og subtraksjonsstrategier. Stemmer dette med funnene i denne undersøkelsen min? Vi ser at bruken av hver enkelt backup-strategi blir brukt færre ganger av færre elever i 7. klasseutvalget, enn i 4. klasseutvalget. Utviklinga går fra de mest primitive strategiene til de mer avanserte.

Gjentatt addisjon er en hyppig strategi i 4. klasseutvalget, men minker betraktelig i bruk blant 7. klassingene. De få elevene som bruker den, bruker den få ganger.

Tallserie-strategien har en annen utviklingstendens. Den synes å ha en lik bruk blant 4. og 7. klassingene. Det er relativt mange i 7. klasse som benytter seg av tallseriestrategien. Dette er en ganske primitiv backup-strategi og en kunne forvente at flere 7. klassinger hadde beveget seg videre i utviklingen til mer avanserte typer strategier. Hva er det som gjør at så mange av de eldste elevene synes å henge igjen i en slik primitiv backup-strategi? Ved en korrelasjonsanalyse finner jeg at tallserie korrelerer negativt med retrival-strategi for 7. klasseutvalget. De elevene som har høy bruk av tallserie-strategi, har tilsvarende lav bruk av retrival. Disse har altså ikke tilegnet seg automatiserte multiplikasjonsferdigheter selv om de går i 7. klasse, og benytter seg for det meste av enkle backup-strategier i oppgaveløsningen.

Enkelte av elevene brukte ganske mye energi på å framsi lange tallrekker i oppgaveløsningen. De reflekterte ikke over at dette var en veldig uhensiktsmessig framgangsmåte som var lite effektiv. De syntes ikke å foreta en metakognitiv vurdering. Denne strategien er nok vanlig at blir brukt tidlig i innlæringen av multiplikasjon. Elevene blir vist at svarene danner en tallrekke og de lærer å ”hoppe” like lange steg på tallinja når de skal multiplisere. En kan nok anta at de elevene som fortsatt bruker denne strategien i 7. klasse, har brukt den fra starten av og funnet ut at de lykkes med å komme fram til riktig svar ved hjelp av denne taktikken. De har ikke tenkt på at den tar mye tid og energi. Bruk at disse enkle strategiene i 4. klasse er ledd i en normal utvikling. Det er når elevene bruker de samme primitive strategien i flere år at dette kan være kritisk for utviklingen. Dette kan representere en kritisk faktor til normal utvikling og kan være et uttrykk for det Ostad (1992) kaller for strategirigiditet. Elevenes strategiutvikling synes å ha stagnert og elevene fortsetter å benytte de samme strategiene om og om igjen, gjennom hele grunnskolen. Dette er karakteristiske trekk som Ostad (1999) og Geary (2003) har funnet hos barn med matematikkvansker. Tallserie-strategien er lært inn som mekanisk pugging og elevene får en instrumentell forståelse av matematikken (Skemp, 2002). For at elevene skal få gode multiplikasjonskunnskaper må også forståelse være etablert. Enhetene av prosedyremessig kunnskap må forankres til andre enheter av prosedyremessige kunnskaper og være forankret til et nettverk av deklarative kunnskaper. Flere av elevene valgte heller ikke å ta utgangspunkt i den enkleste av operandene. Eksempelvis vil det være enklere å si tallrekka i 5-gangen i stedet for 7-gangen i 7x5. Elevene reflekterte ikke over dette, men bare satte i gang.

Tallserie-strategien kan være lagret som en tung forestiling (Ostad, 1990). Eleven ser ikke sammenhengen mellom oppgave og svar, men må produsere en hel tallrekke for å komme fram til svaret. Multiplikasjonskunnskapene har en kontekstavhengig karakter og forestillingen bærer med seg oppgave-irrelevant informasjon. Kunnskapslageret greier ikke å reorganisere kunnskapene og de blir lagret som isolerte enheter uten forbindelse med andre enheter i lageret.

Også i 4. klasseutvalget korrelerte tallserie-strategien negativt signifikant med dekomposisjon- og direkte retrival-strategien. Også gjentatt addisjon korrelerer negativt med dekomposisjon for dette utvalget. Igjen ser vi at jo høyere bruk av de mest primitive backup-variantene, jo lavere bruk av dekomposisjon- og retrival-strategi. De elevene som synes å benytte de enkleste telle-variantene, ser ikke ut til å benytte seg av de mest avanserte. Dette har Ostad (1999) omtalt som strategifattigdom. Elevene har et begrenset repertoar av strategier tilgjengelig og de bruker de samme strategiene om igjen. Bruken av denne strategien er likevel mer vanlig i 4. klasse enn i 7. klasse.

Regel-strategien var svært lite brukt i begge utvalga. Det var regler om 9-gangen som ble benyttet i de få tilfellene.

Dekomposisjon-strategien. Min undersøkelse viser også en signifikant positiv sammenheng mellom bruk av dekomposisjon- og retrival-strategi i 4. klasseutvalget. For en 4. klassing vil bruken av denne strategien representere en utvikling på vei mot en mer avansert strategibruk. Eleven har automatisert en del multiplikasjonsstykker, og kan regne videre fra disse for å avlede nye svar. Disse elevene som bruker dekomposisjon og retrival kan sies å være i en god utvikling. Bruk av dekomposisjon kan tyde på at disse elevene har tilegnet seg en viss forståelse av hva multiplikasjon er. De tar utgangspunkt i et kjent stykke og kan aktivt selv regne videre og finne løsninger for å komme fram til svaret. De skjønner flersidigheten av tallbegrepene og har forståelse for det Tall og Gray kaller ”procept” (Tall og Gray, 1991). Noen av elevene som benytter dekomposisjon har kanskje problemer med å regne riktig videre, fra det svaret de kom fram til med strategien. I slike tilfeller blir det viktig å vise dem strategier for å komme videre, men som ikke er for tydelige og av prosedyremessig art. Elevene bør selv konstruere fakta og reflektere over mulige løsninger.

For 7. klasseutvalget finner vi det motsatte resultatet, der dekomposisjon korrelerer signifikant negativt med direkte retrival. Elever som har lav bruk av dekomposisjon, har høy bruk av retrival og omvendt. Hva er så grunnen til dette? Hvorfor finner vi ikke det samme mønsteret som hos 4. klassingene? Ved nærmere undersøkelse av dekomposisjons-bruken til elevene i 7. klasse, ser vi at den blir brukt få ganger per elev og i kombinasjon med tallserie-strategien. Disse elevene synes å henge etter i utviklinga. De har automatisert noen oppgavesvar som de kan bygge videre på, men må fremdeles bruke primitive backup-strategier for å greie seg. De elevene som ikke bruker dekomposisjon bruker mest retrival. Disse elevene har beveget seg videre til mer avanserte strategityper og er på vei i normal utvikling.

Retrival-strategi. Vi ser en økning i bruk av retrival-strategi fra 4. til 7. klasse, og denne økningen er også funnet signifikant i undersøkelsen min. Lemaire og Siegler (1995) beskriver hvordan bruken av retrival-strategi i multiplikasjonsoppgaver øker etter hvert som elevene blir eldre og flinkere i multiplikasjon. Elevene i 7. klasse har jobba 3 år lengre enn 4. klassingene og har mer erfaring med multiplikasjon og en forventer at de skal ha mer automatiserte kunnskaper. De har etablert et større lager med mange oppgave/svar-assosiasjoner (Siegler, 1989) De av 4. klassingene som syntes å beherske retrival-strategien best, kombinerte denne med dekomposisjon-strategien. De av elevene som ikke hadde fullt så gode automatiserte multiplikasjonsstrategier, kombinerte bruken av de mest primitive backup-strategiene i oppgaveløsningene. I 7. klasse er det omtrent halvparten som bruker retrival som hovedstrategi. De som har høyest bruk av retrival kombinerer bruken med få tallserie- og dekomposisjon-strategier. De som bruker få retrival-strategier, kombinerer dem med like mye dekomposisjon- og tallserie-strategi. En ser ved nærmere undersøkelse av elevenes oppgaveløsninger at det er de enkleste oppgavene som elevene har automatisert. Det vil si oppgaver med lave tall i stykket. Ostad (1999) fant også at elever som brukte mye retival av og til også måtte benytte backup-strategier ved vanskelig oppgaver.

Noen elever virket svært sikker i løsningen av oppgavene og hadde mange retrival-svar. De var veldig opptatt av å få riktig svar på oppgavene sine, så når de kom til oppgaver de var usikre på, brukte de heller en primitiv strategi for å få riktig svar heller enn å prøve retrival. Siegler (1989) fant også slike resultater blant elever som han delte inn i kategoriene; perfeksjonister, flinke studenter, gjennomsnittlige studenter og ikke så gode-studenter (mine oversettelser). Elevene som var perfeksjonister brukte mer primitive strategier enn de som de egentlig var i stand til å bruke, fordi de var så opptatt av å få riktig svar. Dette gjelder nok også for enkelte av elevene i undersøkelsen min. Personlige egenskaper hos noen av elevene gjør at de heller velger trygge strategier for å få korrekt svar, heller enn å være effektiv og ta en risiko. Siegler mente at valgene mellom hvilke strategier elevene tar er en innebygd mekanisme, heller enn en separat metakognitiv styringsenhet. Bråten (1996) hevder at elevene bruker metakognitive mekanismer for å finne ut hvilke strategier det lønner seg å bruke i de enkelte situasjonene.

5.2 Er det noen sammenheng mellom strategibruk og elevenes prestasjoner på matematikkprøven?

I undersøkelsen av om det eksisterte sammenhenger mellom strategibruk og prestasjoner på matematikktesten, fant jeg sterke korrelasjoner. Når det gjelder bruk av backup-strategier i forhold til matematikkferdigheter, fant jeg signifikante negative sammenhenger for begge utvalgene. Jo høyere bruk av backup-strategier, jo lavere prestasjon på matematikktesten, og omvendt. Jeg fant også signifikante positive sammenhenger mellom bruk av retrival-strategier og prestasjon på matematikkprøven for begge utvalgene. Jo høyere bruk av retrival-strategi, jo bedre prestasjon på matematikktesten, og omvendt.

Elevene var delt inn i prøveklasser etter hvordan de hadde prestert på matematikktesten. Det var fem prøveklasser, der prøveklasse 1 har lavest prestasjon på testen, og prøveklasse 5 har best prestasjoner. Ingen av elevene i de to utvalgene havnet i prøveklasse 1, og bare en elev havnet i prøveklasse 5. Tendensen innad i de to utvalgene mine var ganske like. De laveste prøveklassene hadde størst bruk av backup-strategier. Når en beveger seg oppover i prøveklassene minker backup-bruken, og retrival-bruken øker.

Ved sammenligning mellom prøveklassene i utvalgene ser en også en klar tendens. 4. klasseutvalget har større bruk av backup-strategier i alle prøveklassene, enn i 7.klasse. I eksempelvis prøveklasse 3 har 4. klasse en backup-andel på 60 % og en retrival-andel på 40 %. For prøveklasse 3 i 7. klasse var resultatet omvendt. I prøveklasse 4 ser vi for 4. klasses del at backup-andelen er på 43,3 % backup- og 56,6 % retrival. For 7. klasse var backup-andelen nede på 19,7 %, og retrival-andelen på 80,3 % i samme prøveklasse. Med økende alder, minker altså bruken av backup-strategier og retrival-bruken øker, jo høyere opp i prøveklassene en kommer.

Hvem er disse elevene som gjør det dårligst på matematikktesten og som har høy bruk av backup-strategier? Disse elevene gjør det dårligst på matematikktesten og har således dårlige generelle matematikkferdigheter. Den standardiserte matematikktesten består av mange oppgavetyper i tillegg til multiplikasjon og skal gi et samlet bilde på elevens kunnskaper. Hva er det som gjør at en finner sammenhenger mellom strategibruk i multiplikasjon og generelle matematikkferdigheter? Ostad (1996) sier at strategiene en benytter gir et bilde av funksjonaliteten på matematikkunnskapene en innehar. Høy bruk av backup-strategier vil være et tegn på at kunnskapene ikke er lett tilgjengelig i langtidsminnet og har en isolert lagringsstruktur. Kunnskapslageret i matematikk til disse elevene er derfor ikke et integrert nettverk som samarbeider og utveksler enheter seg i mellom. Hukommelsens prosesser ser ikke ut til å fungere optimalt.

I følge Baddeley og Hitch (1997) er det den sentrale styringsenheten som styrer framhenting av informasjon og som er ansvarlig for valg av strategier. Hvis strategiene blir for krevende for styringsenheten må den låne ressurser fra slavesystemene sine, og dette vil gjøre løsningsprosedyrene langsommere og mer unøyaktige. Dette kan gjøre seg utslag innenfor mange områder av matematikken. Elevene opplever vansker med å holde flere ting i arbeidsminnet samtidig og dette går ut over prestasjonen. For elever som har automatiserte kunnskaper, går denne framhentingen fra langtidsminnet uten bearbeiding i arbeidsminnet (Hecht, 2002). Hvordan kunnskapsenhetene er lagret i minnet vil også ha noe å si for hvor lett tilgjengelig de er. Semantisk lagret kunnskap kan framhentes raskt, fordi de har en akademisk struktur som passer med akademisk oppgaveløsning. Har eleven lagret kunnskapen episodisk, ligger den som en erfaring med irrelevant informasjon og episoder som må analyseres og rekodes for å kunne bli gjenkjent som akademiske kunnskaper. Dette tar også kapasitet fra styringsenheten, og går utover løsningseffekten. Dette går utover tiden eleven har til å løse alle oppgavene på en test og eleven vil prestere dårlig.

Hvem er elevene som gjør det godt på testen og som bruker høy andel av retrival-strategier? Elevene som gjør det bra på matematikktesten, bruker også i større grad retrival-strategier i løsningen av multiplikasjonsoppgavene. Det vil si at de har automatiserte kunnskaper i multiplikasjon som raskt og uten anstrengelse kan hentes fram fra langtidsminnet. Kvaliteten på disse elevenes lagringsstrukturer er preget av fleksibilitet og effektivitet. Styringsenheten i arbeidsminnet blir ikke affektert, slik at den kan arbeide med andre oppgaver samtidig som multiplikasjonsoppgavene framhentes. I følge Sieglers modell ”the distribution of associations modell” har disse elevene et stort lager av oppgave-svar assosiasjoner tilgjengelig. Assosiasjonene, som når de tenkes nedtegnet i en grafisk kurve, danner en spiss fordeling når svar og oppgave har sterk sammenheng og en flat kurve når sammenhengen er svak. Elevene i 7. klasse vil sannsynligvis ha flere erfaringer med multiplikasjonsoppgaver og ha møtt oppgave-svar parene oftere enn elevene i 4. klasse. De vil derfor ha dannet sterkere assosiasjoner og ha flere riktige svar tilgjengelig. De vil også ha større erfaring med når og i hvilke oppgaver det lønner seg å bruke strategiene. Derfor er det naturlig at de har større bruk av retrival jo høyere opp i klassene en kommer.

Hvorfor er det slik at mange ikke blir bedre etter mange år med øvelse? Lagringsstrukturen på kunnskapen til elevene vil være avgjørende for hvor stor og fleksibel kunnskapsbase elevene evner å bygge opp. Matematikkfaget har en hierarkisk struktur, der de ulike komponentene bygger på hverandre. Tidligere ervervet kunnskap skal danne grunnlaget for innlæring som skal skje på senere klassetrinn. Elevene som har gode kunnskaper og som har en relasjonell forståelse (Skemp, 2002) av det de lærer, kommer i en god sirkel fordi de evner å utvikle de nye kunnskapene og integrere de med de gamle. De vil derfor kunne se sammenhengen mellom multiplikasjon og andre emner innen matematikkfaget og prestere godt på generelle ferdighetstester. Dette relasjonelle synet på matematikken mangler nok elevene som ikke presterer godt på testen. De skjønner ikke flersidigheten i symbolbruken og innholdet i ”procept” (Gray & Tall, 1991). De har løsrevet prosedyremessige kunnskaper og greier ikke å se helheten i faget.

Det legges vekt på at elevene skal jobbe med matematikk i meningsfulle sammenhenger og i situasjoner som er dagligdagse for dem. Dette står nedfelt i læringsmålene til matematikkfaget for grunnskolen (L-97, 1996). Fremdeles opplever nok mange elever dessverre å sitte og fylle ut svar i et engangshefte, og å lære matematikk med tavleundervisning. Matematikkunnskapen lagres som isolerte enheter og forståelsen uteblir. Holm (2002) mener det legges for lite vekt på automatisering av regnetabeller i matematikkundervisningen. Dette kan lette arbeidssituasjonen til mange barn ved at arbeidsminnekapasiteten blir frigjort til andre oppgaver. I læreplanen står det bare at elevene skal ”arbeide mer med” og ”gjøre seg kjent med” multiplikasjonstabellen.

5.3 Er det noen sammenheng mellom strategibruk og hvordan elevene presterer på Ravens test?

Elevene ble delt inn i kategorier etter hvordan de presterte på Ravens test. Kategoriene hadde fem inndelinger; veldig lav, under middels, middels, over middels og veldig høy. Denne inndelinga stemmer overens med hvilken ”grade” elevene kommer i etter råskårefordelinga i Ravens manual (1992).

Hva var det jeg fant? I undersøkelsen av hvordan elevene gjør det på Ravens test og hvilke strategier elevene bruker, fant jeg ingen signifikante sammenhenger i noen av utvalgene. Elevene i 4. klasseutvalget bruker litt flere backup-strategier enn retrival-strategier i alle de ulike kategoriene. Elevene i kategorien middels prestasjon, er de som utmerker seg i utvalget, ved at de bruker flere backup-strategier enn de andre, og mindre retrival. Men jevnt over er det veldig lik bruk mellom de to strategiene blant alle kategoriene i utvalget.

Elevene i 7. klasse har en litt annen tendens. Alle kategoriene har større bruk av retrival- enn av backup-strategier. Det ser også ut til at bruken av backup minker, jo høyere opp i kategoriene en kommer. Denne reduksjonen er ikke stor, men viser en tendens i utvalget. For retrival-bruken sin del, ser vi at den øker jo bedre prestasjoner elevene gjør på Raven. Økningen går fra 59,1 % bruk i kategori 2, til 72,7 % bruk i kategori 5. Vi ser altså at det er en viss økning, men likevel svakere enn hva en kunne muligens kunne forvente. I forrige kapittel så vi at det var en sterk sammenheng mellom strategibruk og generelle matematikkferdigheter, og en kunne kanskje forvente å finne den samme sammenhengen mellom strategibruk og intelligens. Dette fordi det er en oppfatning av at det er sammenheng mellom høy IQ og gode matematikkferdigheter.

Men hva er det Raven egentlig måler? I følge Carpenter m.fl (1990), måler Raven analytisk intelligens. Dette er definert som evnen til å resonnere og løse problemer som inneholder ny informasjon, uten å støtte seg til en eksplisitt deklarativ kunnskapsbase som er ervervet fra skolegang eller tidligere erfaringer. Evnen til å se nye ting og tilpasse tenkningen sin nye kognitive problemstillinger, er en viktig evne. Denne type intelligens sidestilles med det som Cattell kalte for flytende intelligens. Flytende intelligens sier han er evnen til å løse abstrakte problemer eller å oppfatte relasjoner som ikke er spesielt kulturavhengige (Teigen m.fl., 1987). Klein (1991) mener at Raven brukt alene som intelligenstest, gir et begrenset bilde av en persons intelligens. Dette fordi testen har ufullstendig variasjon av oppgaver. Testen vil falle i favør for de som er god på faktoren som tapper oppgavetypene, og i disfavør for de som skårer lavt på denne faktoren. Han mener at testen bør suppleres med en verbal IQ-test i tillegg. Gregory (1996) viser også til undersøkelser der høytfungerende personer med over middels intelligens, skårer veldig dårlig på Raven. De viser store problemer med å gjøre det bra på figurative resonneringsoppgaver. Han mener en bør sette spørsmålstegn ved validiteten av lave skårer hos personer som ellers er høytfungerende.

En kan godt tenke seg at alle elevene i de to utvalgene mine stiller likt i denne testen, siden den er ment å måle evner som ikke har noe med tidligere innlært skolestoff eller tidligere erfaringer å gjøre. Ut fra dette synspunktet er funnene mine som forventet, at en ikke skulle finne forskjeller i strategibruk blant de som gjør det godt på testen og de som ikke gjør det. Automatisering av kunnskap er et resultat av mange kognitive prosesser som blir bedre med øvelse og erfaring. Det å lære seg multiplikasjonstabellen ved mekanisk pugg og kun oppnå instrumentell forståelse, er nok gjennomførbart for de fleste elever uten å måtte ta i bruk resonnerende evner. En kan derfor ikke si at evnen til å framsi multiplikasjonstabellen automatisk, har noe med en persons intelligens å gjøre. Derfor vil en ikke finne forskjeller mellom dem som skjønner konseptet multiplikasjon og de som ikke gjør det, ved å sammenligne strategibruk i multiplikasjon med prestasjoner på Raven. For å finne forskjeller blant de som presterer godt og de som ikke gjør på Raven, når det gjelder strategibruk, måtte en ha testet deres evne til å overføre kunnskapen de har til nye oppgaver. En viktig forskjell som har vist seg mellom elever som gjør det bra og de som ikke gjør det bra på testen er evnen til å generere og behandle problemløsningsmålene i arbeidsminnet (Carpenter, 1990). En viktig del av analytisk intelligens er å være målrettet og klare å etablere en midlertidig kunnskap om hvordan en gjør det underveis i problemløsningen, en slags metakognitiv prosess. En må klare å dele opp problemene i under-problem og delmål, samtidig som man har hovedmålet for øyet. Arbeidsminnet blir derfor satt hardt på prøve under denne testen.

Vil ikke elever som strever med arbeidsminne-kapasiteten gjøre det dårlig på Raven, og benytte seg av mest backup-strategier i følge denne påstanden? Vi ser fra undersøkelsen min at selv de elevene som er i kategorien veldig lav, har automatisert omtrent halvparten av oppgavesvarene de gav. En kan tenke seg at arbeidsminneproblemer kan ligge bak den dårlige prestasjonen på Raven, men at eleven likevel har greid å automatisere noen multiplikasjonsoppgaver. Automatiserte kunnskaper tapper ikke arbeidsminnet.

Hvorfor var det forskjeller i strategibruken i forhold til Raven-kategoriene i 4. til 7. klasse? Evnen til å tenke abstrakt er viktig i løsningen av matrisene. De vanskeligste oppgavene inneholder flere abstrakte regler enn de lettere oppgavene. I følge Piagets intelligensbegrep har barn en progresjon i den intellektuelle utviklingen som går fra det konkrete til det symbolske og abstrakte (Carpenter, 1990). Det vil derfor være naturlig at jo eldre du blir, jo bedre blir evnen til abstraksjon og selvstendig tenkning. Eleven har altså blitt bedre til å resonnere og tenke selvstendig på de tre årene som skiller de to utvalgene. De har hatt mer trening i multiplikasjonstabellen og flere har lært å automatisere den.

6. Oppsummering

Jeg har i denne undersøkelsen sett på strategibruken i løsningen av multiplikasjonsoppgaver hos to utvalg fra 4. og 7. klassetrinn på samme skole. Strategiene er kategorisert etter grad av automatisering, fra de mest primitive tellestrategiene til direkte retrival. Hensikten med å kartlegge strategibruken har vært å se på hvilke strategier eleven bruker på de ulike trinnene og om det er noen forskjeller i strategibruken når det gjelder alder. Videre har jeg ønsket å se på om generell matematikkferdighet har noen sammenheng med hvilke strategier elevene bruker. I tillegg har jeg sett på strategibruken i forhold til hvordan elevene presterte på Ravens test.

Hvilke strategier bruker elevene? Jeg fant at de yngste elevene veksler mellom mange varianter av strategier i oppgaveløsningen. Når en ser på hver enkelt strategi, er retrival den strategien som er mest brukt i utvalget. Gjennomsnittlig bruk for de yngste elevene er 6,7 av 15 ganger. Når jeg slår sammen de fire første strategiene til en backup-strategi, ser en at hovedtyngden av strategibruken ligger på backup-strategier for utvalget. De fleste på dette alderstrinnet har altså ikke automatisert multiplikasjonsoppgavene ennå. Den hyppigst brukte backup-strategien i 4. klasseutvalget er dekomposisjon. Disse elevene er på god vei til å automatisere kunnskapene og de bruker kjente fakta til å regne videre for å komme fram til svaret. De elevene som ikke bruker dekomposisjon og retrival, bruker gjentatt addisjon- og tallserie- strategien, som er de mest primitive strategiene.

For 7. klasseutvalget fant jeg at retrival-strategien var den hyppigst brukte strategien blant elevene. Den ble brukt i 65,5 % av svarene. Nesten halvparten av elevene brukte den som hovedstrategi og fire brukte retrival som eneste strategi. Elevene vekslet mellom 2-3 strategier i oppgaveløsningen. Noen av elevene syntes å henge igjen i tallserie-strategien, som er en ganske primitiv strategi.

Er det forskjeller mellom utvalgene? Jeg fant at det var signifikante forskjeller mellom bruk av backup-strategier og retrival-strategier, for de to utvalgene. Dette stemmer overens med tidligere forskning på området. Etter hvert som elevene blir eldre bruker de flere retrival-strategier, og reduserer bruken av backup-strategier.

Er det sammenheng mellom strategibruk og prestasjoner på matematikktesten?
Når det gjelder sammenhengen mellom strategibruk og elevenes prestasjoner på matematikkprøven, fant jeg signifikante korrelasjoner for begge utvalgene. De elevene som brukte flest backup-strategier var de som presterte dårligst på matematikktesten. Jo bedre prestasjoner på testen, jo mindre bruk av backup-strategier. De som presterte best på testen, brukte flest retrival-strategier. Tendensen mellom de samme prøveklassene i de forskjellige utvalgene viste at økning i alder gir redusert bruk av backup- og en økning i bruk av retrival-strategier.

Å ha funksjonelle matematikkferdigheter innebærer å mestre en rekke kognitive prosesser. Jeg har pekt på viktigheten av å ha en stor og fleksibel kunnskapsbase, der kunnskapen er lagret i nettverk med god samarbeidsevne mellom enhetene. Kunnskapen må kunne rekodes og hentes fram fra langtidsminnet på en rask og effektiv måte. Styringsenheten og minnesystemene i arbeidsminnet må således fungere godt. Videre har jeg sett på elevenes evne til å reflektere over kunnskapene de har og tilegnelsen av disse, som viktige prosesser i læring. Metakognitiv evne må sies å spille en sentral rolle i denne tilegnelsesprosessen. Kunnskapenes kvalitet er også avhengige av at forståelse er etablert. Instrumentell læring uten forståelse er ofte resultatet av mekanisk og løsrevet pugging. Først når eleven forstår dobbelheten i matematikkens symbolbruk, og ser sammenhengene i faget, kan ekte relasjonell forståelse oppstå. Mulige forklaringer på elevenes dårlige prestasjoner på matematikktesten og høy bruk av backup-strategier kan ligge i svikt i en eller flere av disse kognitive prosessene. Flere forskningsundersøkelser av barns strategibruk beskriver nettopp dette.

Sammenhengene jeg har funnet mellom strategibruk og generelle matematikkferdigheter i undersøkelsen min understreker viktigheten av å legge vekt på matematikkunnskapenes kvalitet i undervisningen. Gjennom kartlegging av elevens strategibruk kan en finne hvor i strategiutviklingen hun befinner seg. Dette vil være et fruktbart utgangspunkt for å etablere kunnskaper bygget på kvalitet.

Er det sammenheng mellom strategibruk og intelligens? Ved sammenligning av intelligens, målt ved prestasjoner på Ravens test, og strategibruk, fant jeg ingen signifikante sammenhenger for de to utvalgene. Elevene ble delt inn i kategorier etter hvordan de presterte på testen. I 4. klasseutvalget var det ingen forskjell i bruken av backup- eller retrival-strategier mellom de ulike kategoriene. De som gjorde det veldig godt på Ravens test, brukte like stor andel av begge typer strategier som de som presterte dårlig. I 7. klasseutvalget er det en liten tendens til at backupbruken går ned etter hvert som en beveger seg opp i ravenkategori, altså at prestasjonene blir bedre. Samtidig øker naturligvis retrivalbruken jo bedre prestasjoner en får på Ravens test. Disse sammenhengene er ikke signifikante, men viser bare til en forskjell mellom utvalgene.

Denne testen er ment å måle generell analytisk intelligens, som ikke støtter seg til noen kunnskapsbase eller tidligere erfaringer fra eksempelvis skoleundervisning. Automatisering av kunnskap, som for eksempel retrival av multiplikasjonssvar, er resultatet av mange kognitive prosesser som blir bedre med øvelse og erfaring. Men utenatlæring av multiplikasjonstabellen er også mulig ved pugging og mekanisk drill. Derfor vil elever som har pugget multiplikasjonstabellen, godt kunne prestere dårlig på Ravens test og omvendt. De fraværende sammenhengene mellom strategibruk og intelligens som jeg har funnet er derfor forståelige. Evnen til abstraksjon og selvstendig tenkning blir bedre jo eldre du blir. I tillegg vil mer øvelse og erfaring i bruk av multiplikasjonstabellen føre til økt automatisering. Det vil derfor være naturlig at de eldste elevene i utvalgene mine viste en større sammenheng mellom strategibruk og prestasjoner på Raven, enn elevene i 4. klasseutvalget.

Raven Progressive Matrices Test har en utbredt bruk både i forskning og i klinisk arbeid. Den egner seg godt fordi den ikke har språklige komponenter og kan brukes blant barn, eldre og personer som ikke har språk og den er kulturuavhengig.

Figurliste:

Tabelliste:

Kildeliste

Ashcraft, M.H. (2006): *Cognition*. New Jersey: Pearson Prentice Hall

Ashcraft, M.H. (1990): “Strategic processing in children`s mental aritmetic: A review and proposal”. I: *Children`s strategies. Contemporary views of cognitive development.* Bjorklund, D.F (red.). Hilldale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates

Baddeley, A., Conway, M. & Aggleton, J. (2002): *Episodic memory. New directions in Research.* New York: Oxford University Press

Baddeley, A. (1997): *Human Memory. Theory and Practice*.UK: Psychology Press Ltd.

Befring, E. (2002): *Forskningsmetode, etikk og statistikk*. Oslo: Det Norske Samlaget

Bisanz, J. & Lefevre,J-A. (1990): ”Strategic and nonstrategic processing in the development of mathematical cognition”. I: *Children`s strategies. Contemporary views of cognitive development.* Bjorklund, D.F (red.). Hilldale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates

Bjorklund, D.F. (1995): *Children`s Thinking. Developmental Function and Individual Differences*. USA: Brooks/Cole Publishing Company

Bråten, I. (1996): “Cognitive strategies in mathematics: I On children`s strategies for solving simple addition problems”. I: *Pedagogisk forskningsinstitutt Rapport*, nr 10, Universitetet i Oslo: Pedagagogisk forskningsinstitutt

Bråten, I.& Thurmann-Moe, A.C. (1998): “Den nærmeste utviklingssonen som utgangspunkt for pedagogisk praksis”. I: *Vygotsky i pedagogikken*. Bråten, I (red.). Norway, Cappelen Akademiske Forlag

Carpenter, P.A., Just, M.A. & Shell, P. (1990): “What one Intelligence Test Measures: A Theoretical Account of the Processing in the Raven Progressive Matrices Test.” I: *Psychological Review*, vol. 97, no. 3, s. 404-431

Carr, M. & Hettinger, H. (2003): “Perspectives on mathematics strategy development”. I: *Mathematical Cognition*. Royer, J.M. (red.) USA: Information Age Publishing

Christophersen, K.A. (2006): *Databehandling og statistisk analyse med SPSS*. Oslo: Unipub

Geary, D.C. (2003): “Learning disabilities in aritmetic: Problem-solving differences and cognitive deficits”. I: *Handbook of Learning Disabilities*. Swanson, L.H., Harris, K.R. & Graham, S. (red.). New York: The Guilford Press

Geary, C.G. & Hoard, M.K. (2003): “Learning disabilities in basic mathematics: Deficits in Memory and Cognition”. I: *Mathematical Cognition*. Royer, J.M. (red.) USA: Information Age Publishing

Godt rustet for framtida? Norske 15-åringers kompetanse i lesing og realfag i et internasjonalt perspektiv. Program for International Student Assessment, PISA/OECD. Lie, S., Kjærnsli, M., Roe, A. & Turmo, A. Oslo: UiO: Insttutt for lærerutdanning og skoleutvikling, 2001 nr. 4

Goldman, S.R. (1989): "Strategy instruction in mathematics". I: *Learning Disability Quarterly*, vol. 12, s. 43-55

Gray, E. & Tall, D.O. (1991): "Duality, Ambiguity and Flexibility in Successful Mathmatical Thinking". I: *Proceedings of PME* 15, 2, s. 72-79

Gregory, R.J. (1996): *Psychological testing. History, principles and applications.* USA: Allyn & Bcon

Griffin, S. (2003): "The development of math competence in the preschool and early school years: Cognitive foundations and instructional strategies". I: *Mathematical Cognition*. Royer, J.M. (red.). USA: Information Age Publishing

Groen, G.J. & Parkman, J.M. (1972): "A chronometric analysis of simple addition". I: *Psychological Review*, vol. 79, no. 4, s. 329-343

Hammervoll, T. & Ostad, S.A. (1999): *Basiskunnskaper i matematikk. Prøveserie for grunnskolen.* Oslo: Universitetsforlaget

Hecht, S.A. (2002): "Counting on working memory in simple arithmetic when counting is used for problem solving". I: *Memory & Cognition*, vol 30, s. 447-455

Hecht, S.A. (1999): "Individual solution processes while solving addition and multiplication math facts in adults". I: *Memory & Cognition*, vol 27 (6), s. 1097-1107

Holm, M. (2003): *Opplæring i matematikk. For elever med matematikkvansker og andre elever*. Oslo: J.W. Cappelens Forlag

Kleven, T.A. (2002): "Begrepsoperasjonalisering". I: *Innføring i forskningsmetodologi*. Lund, T. (red.). Oslo: Unipub forlag

Kline, P. (1991): *Intelligence. The Psychometric View*. London: Routledge

Lund, T. (2002): "Metodologiske prinsipper og referanserammer". I: *Innføring i forskningsmetodologi*. Lund, T. (red.). Oslo: Unipub forlag

Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen (1996). Det kongelige kirke-, utdannings- og forskningsdepartement

Ostad, S.A. (1992): "Fra det konkrete til det symbolske". I: *Matematikklæring og matematikkvansker – en artikkelsamling.* UiO: Institutt for spesialpedagogikk, 1997

Ostad, S.A. (1995): "Matematikkvansker – ulike kategoriseringsmåter". *Matematikklæring og matematikkvansker – en artikkelsamling.* UiO: Institutt for spesialpedagogikk, 1997

Ostad, S.A. (1996): ”Forholdet mellom kunnskapsmengde og kunnskapskvalitet” I: *Matematikklæring og matematikkvansker – en artikkelsamling*. UiO: Institutt for spesialpedagogikk, 1997

Ostad, S.A. (1999): ”Addisjonsstrategier i et longitudinelt perspektiv: Sammenligning elever med og uten matematikkvansker”. I: *Elever med matematikkvansker. Studier av kunnskapsutviklingen i strategisk perspektiv*. Oslo: Unipub

Ostad, S.A. (2004): ”Bærekraftige matematikkunnskaper – en funksjon av ferdighet eller forståelse? I: *Matematikklæring og matematikkvansker. En artikkelsamling*. UiO: Institutt for spesialpedagogikk

Ostad, S.A. (2004): ”Fra egosentrisk til subvokal tale. Et lite påaktet utviklingsperspektiv for å forebygge matematikkvansker?”. I: *Matematikklæring og matematikkvansker. En artikkelsamling*. UiO: Institutt for spesialpedagogikk

Raven, J.C., Court, J.H., & Raven, J.(1992): “Manual for Raven`s Progressive Matrices and Vocabulary Scales”. I: *Standard Progressive Matrices*. Oxford: Oxford Psychologists Press

Siegler, R.S. (1988): ”Strategy Choice Procedures and the Development of Multiplication Skill”. I: *Journal of Experimental Psychology: General*, Vol. 117, no 3, s. 258-275

Siegler, R.S. & Jenkins, E. (1989): *How Children discover new strategies*. Hillsdale, NJ: Erlbaum

Siegler, R.S. & Lemaire, P. (1995): ”Four Aspects of Strategic Change: Contributions to Children`s Learning of Multiplication”. I: *Journal of Experimental Psychology: General*, Vol.124, no. 1, s. 83-97

Skemp, R.R. (2002): “Instrumental Understanding and Relational Undertanding”. I: *Intelligence, Learning and Understanding in Mathematics. A tribute to Richard Skemp*. Tall, D. & Thomas, M. (red.). Australia: Post Pressed

Teigen, K.H., Raaheim, K., & Nielsen, G. (1987): ”Differensialpsykologi-studiet av individuelle ulikheter”. I: *Psykologi - en gunnbok*. Raaheim, K. (red.). Oslo: J.W. Cappelens Forlag

Tronsky, L.T. & Royer, J.M. (2003): “Relationships among basic computational automaticity, working memory, and complex mathematical problem solving: What we know and what we need to know”. I: *Mathematical Cognition*. Royer, J.M. (red.). USA: Information Age Publishing

Vedeler, L. (2000): Observasjonsforskning i pedagogiske fag. En innføring i bruk av metoder. Oslo: Gyldendal Akademisk

Vedlegg

Informasjonsbrev til foresatte og elever i 4. og 7. klasse

Jeg er hovedfagsstudent ved institutt for spesialpedagogikk ved Universitetet i Oslo, og skal nå i gang med avsluttende hovedoppgave. Oppgaven handler om elevenes strategibruk når de løser multiplikasjonsoppgaver. I denne forbindelse vil jeg gjerne bruke elever fra 4. og 7. klasse ved Kampen skole, og søker med dette tillatelse fra foresatte om å gjøre dette.

For å finne ut hvilke strategier elevene bruker vil jeg gi én og én elev gangeoppgaver og deretter be dem beskrive hvordan de kom fram til svaret. Jeg setter av 10-15 minutt pr. elev. Elevene får benytte seg av papir, blyant og konkreter til hjelp i oppgaveløsningen. Jeg legger vekt på at dette skal være en positiv opplevelse for elevene og at det ikke vil være preg av en testsituasjon. Det blir ikke fokusert på riktig eller galt svar, men på hvordan eleven tenkte da hun kom fram til svaret. Alle svarene blir derfor like verdifulle.

For å se om strategibruken til elevene har noen sammenheng med det de presterer generelt i matematikk, vil jeg også ta en generell matematikkprøve på dem. Jeg vil også utføre en test på hele klassen som heter Raven Progressive Matrices på klassene. Denne har til hensikt å vurdere problemløsningskapasitet uten å ta i bruk verbalt språk. Prøven omfatter 84 testledd av samme type, men med varierende vanskelighetskrav og ulike krav til logisk tenkning. Hvert ledd består av en figur hvor èn del mangler, og elevens oppgave er å identifisere det manglende elementet blant et sett på fem valgmuligheter. Korrekt oppgaveløsning forutsetter logisk tenkning, blant annet ved å sammenlikne mønstre og mønsterkombinasjoner og ved å foreta analogislutninger.

Resultatene fra disse testene vil jeg se i sammenheng med resultatene fra matematikktesten og grad av automatisering av gangetabellen.

Ingen opplysninger vil bli utlevert til andre enn veileder. Alle data vil bli behandlet konfidensielt, og ingen enkeltpersoner vil kunne kjenne seg igjen i den ferdige oppgaven. Opplysningene anonymiseres ved prosjektslutt i august 2005.

Det er frivillig å være med og eleven har mulighet til å trekke deg når som helst underveis, uten å måtte begrunne dette nærmere. Dersom en trekker seg vil alle innsamlede data om personen bli slettet.

Undersøkelsen starter når den er klarert og godkjent av Norsk Samfunnsvitenskapelig Datatjeneste. Behandlingsansvarlig for undersøkelsen er Snorre Ostad ved Institutt for spesialpedagogikk, databehandler og intervjuer vil være meg, Tale T.Ekker.

Har du spørsmål angående undersøkelsen kan du ringe meg på tlf: 95036837

Med vennlig hilsen

Tale T. Ekker

SVARSLIPP:

☐

Vil delta

Navn (kun fornavn): ___________________ klasse: _______

Foresatte bekrefter å ha lest dette ved deltagelse:________________________